2 Klausurlösungen | Preistheorie

Bitte beachten Sie, dass der Lehrstuhl *Volkswirtschaftslehre*, *insb. Finanzwissenschaft*, Rechenwege und „angemessene Interpretation“ erwartet, anderweitig mit Punktabzug zu rechnen ist.

Aufgabe 2 Klausur vom September 2016 (44 Punkte)

a) Die **Gewinnfunktion** des Monopolisten lautet

(1) $G = p(x)\cdot x - C(x) = (12-x)\cdot x - \frac{1}{4}\cdot x^2 = 12\cdot x - \frac{5}{4}\cdot x^2$

Die **notwendige Bedingung** für ein Gewinnmaximum lautet

(2) $\frac{dG}{dx} = 12 - \frac{5}{2}\cdot x \overset{!}{=} 0$ bzw. (2a) $x_M = \frac{24}{5} = 4{,}8$

Einsetzen von (2a) in die inverse Nachfragefunktion bringt den Monopolpreis

(3) $p_M = 12 - x_M = 12 - \frac{24}{5} = \frac{36}{5} = 7{,}2$

Einsetzen von (2a) in (1) bringt den **Monopolgewinn**

(1a) $G_M = 12\cdot x_M - \frac{5}{4}\cdot x_M^2 = 12\cdot\frac{24}{5} - \frac{5}{4}\cdot\left(\frac{24}{5}\right)^2 = \frac{144}{5} = 28{,}8$

$$12\cdot\frac{24}{5} - \frac{5}{4}\cdot\left(\frac{24}{5}\right)^2 = 12\cdot\frac{24}{5} - \frac{5}{4}\cdot\frac{24}{5}\cdot\frac{24}{5} = 12\cdot\frac{24}{5} - 6\cdot\frac{24}{5} = 6\cdot\frac{24}{5}$$

b) Im **Cournot–Wettbewerb** geht jeder Oligopolist (*hier*: Duopolist) von einer gegebenen Menge der (*hier*: des) Konkurrenten aus und maximiert seinen individuellen Gewinn:

(4) max! $G_1 = p(x)\cdot x_1 - C(x_1)$ u. d. N. $p(x) = 12 - x$ $C(x_1) = \frac{1}{4}\cdot x_1^2$

und $x = x_1 + x_2$

Um in der inversen Nachfragefunktion bzw. Preis–Absatz–Funktion $p(x) = 12 - x$ nach x_1 ableiten zu können, müssen Sie x durch $x_1 + x_2$ ersetzen.

Nach Einsetzen der Nebenbedingungen lautet das **Gewinnmaximierungsproblem**:

(4a) max! $G_1 = (12 - x_1 - x_2)\cdot x_1 - \frac{1}{4}\cdot x_1^2 = 12\cdot x_1 - \frac{5}{4}\cdot x_1^2 - x_1\cdot x_2$

Die **notwendige Bedingung** für ein Gewinnmaximum lautet:

(5) $\frac{\partial G_1}{\partial x_1} = 12 - \frac{5}{2} \cdot x_1 - x_2 \overset{!}{=} 0$ bzw. (5a) $x_1 = \frac{24}{5} - \frac{2}{5} \cdot x_2$

(5a) ist die **Reaktionsfunktion** des Duopolisten 1. Sie zeigt an, wie der Duopolist 1 mit seiner Absatzmenge x_1 auf die von ihm vermutete Absatzmenge x_2 des Duopolisten 2 reagiert.

Für den zweiten Duopolisten gilt wegen der identischen Kostenfunktion analog

(6) $x_2 = \frac{24}{5} - \frac{2}{5} \cdot x_1$

Einsetzen von (5a) in (6) bringt

(6a) $x_2 = \frac{24}{5} - \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{24}{5} - \frac{2}{5} \cdot x_2 \right) = \frac{24}{5} - \frac{48}{25} + \frac{4}{25} \cdot x_2 = \frac{72}{25} + \frac{4}{25} \cdot x_2$

Auflösen nach x_2 bringt

(6b) $x_2 = \frac{72}{21}$

Einsetzen von (6b) in (5a) bringt

(5b) $x_1 = \frac{24}{5} - \frac{2}{5} \cdot \frac{72}{21} = \frac{504}{105} - \frac{144}{105} = \frac{360}{105} = \frac{72}{21}$

Für die Gesamtmenge gilt

(7) $x_D = x_1 + x_2 = \frac{72}{21} + \frac{72}{21} = \frac{144}{21} = \frac{48}{7}$

Einsetzen von (7) in die inverse Nachfragefunktion bringt den Preis:

(8) $p_D = 12 - \frac{48}{7} = \frac{36}{7}$

c) <u>Monopol</u>:

Das folgende Diagramm enthält vier Graphen:

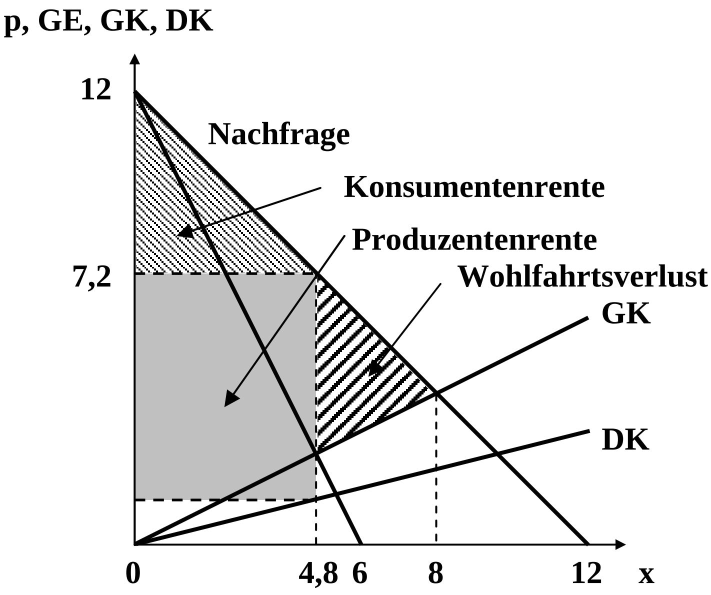
Preis–Absatz–Funktion: $p = 12 - x$

Grenzerlösfunktion: $GE = 12 - 2 \cdot x$ aus $E = p \cdot x = (12 - x) \cdot x$

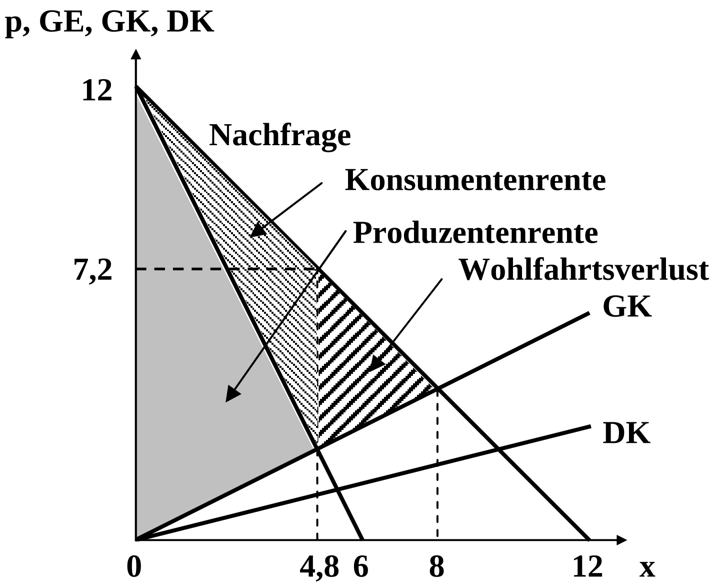
Grenzkostenkurve: $GK = \frac{1}{2} \cdot x$

Durchschnittskostenkurve: $DK = \frac{1}{4} \cdot x$

Im Schnittpunkt von Grenzerlös– und Grenzkostenkurve ergibt sich die Monopolmenge $x_M = \frac{24}{5} = 4{,}8$, an der Preis–Absatz–Funktion lässt sich der zugehörige Monopolpreis $p_M = \frac{36}{5} = 7{,}2$ ablesen.



Alternative Darstellung:

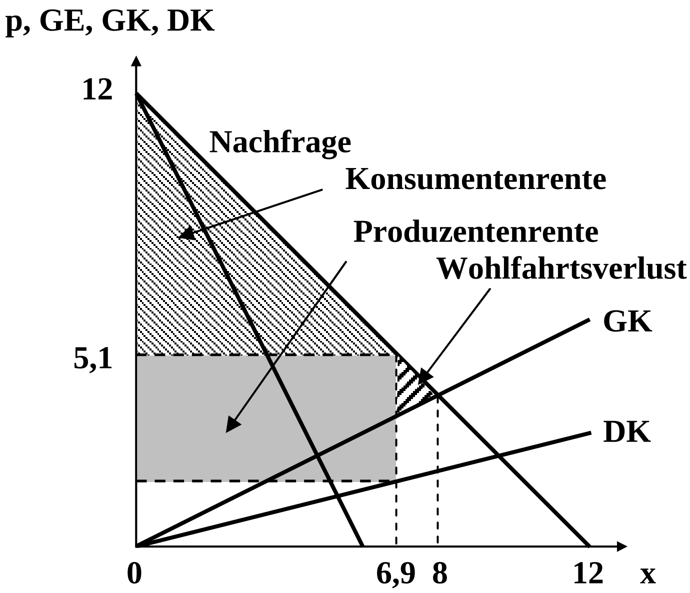


Die Konsumentenrente ist die Differenz aus maximaler Zahlungsbereitschaft und der Kaufsumme, lässt sich also als von Preis–Absatz–Funktion und Grenzerlöskurve eingeschlossene Fläche bis $x_M = 4{,}8$ ablesen. Alternativ: Die Konsumentenrente entspricht der von Preis–Absatz–Funktion und Preislinie eingeschlossenen Fläche. Die Produzentenrente bzw. der

Gewinn ist die Differenz aus Erlös und Kosten, entspricht also der Differenz aus der Fläche unter der Grenzerlösfunktion und der Fläche unter der Grenzkostenkurve bis $x_M = 4{,}8$. Dies lässt sich hier wegen der Überschneidung mit der Konsumentenrente schlecht darstellen. Alternativ handelt sich um die Differenz der Flächen unter der Preislinie (Erlös) und der gedachten Durchschnittskostenlinie (Kosten = $DK * x_M$) bei $x_M = 4{,}8$.

Der Wohlfahrtsverlust (gegenüber der Preis=Grenzkosten–Allokation) entspricht der im Monopol nicht erreichten Fläche zwischen Preis–Absatz–Funktion (Nachfragekurve) und Grenzkostenkurve.

<u>**Duopol**</u>:



Dieses Diagramm entspricht mit anderen Zahlenwerte dem obigen Diagramm. Hier gilt $x_D = \frac{48}{7} \approx 6{,}9$ sowie $p_D = \frac{36}{7} \approx 5{,}1$. Der Wohlfahrtsverlust entspricht der im Duopol nicht erreichten Fläche zwischen Preis–Absatz–Funktion (Nachfragekurve) und Grenzkostenkurve.

	Monopol	Duopol
Konsumentenrente	11,52	23,51
Produzentenrente	28,8	23,51
Wohlfahrt	40,32	47,02
Wohlfahrtsverlust	7,68	0,98

Einfach ablesen lassen sich die gesuchten Werte aus der Zeichnung nicht. Sie müssen zunächst ermitteln:

$p = GK$ bzw. $12 - x = \frac{1}{2} \cdot x$ bzw. $x^{opt} = 8$ für die optimale Allokation.

$W^{opt} = \frac{1}{2} \cdot p^{\max} \cdot x^{opt} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 = 48$ für die maximale Wohlfahrt, ablesbar als Fläche zwischen Preis–Absatz–Funktion und Grenzkostenkurve bis $x^{opt} = 8$.

$DK(x_M) = \frac{1}{4} \cdot x_M = \frac{1}{4} \cdot \frac{24}{5} = \frac{6}{5}$ für die Durchschnittskosten im Monopol.

$DK(x_D) = \frac{1}{4} \cdot x_D = \frac{1}{4} \cdot \frac{48}{7} = \frac{12}{7}$ für die Durchschnittskosten im Duopol.

$$KR_M = \frac{1}{2} \cdot (p^{\max} - p_M) \cdot x_M = \frac{1}{2} \cdot \left(12 - \frac{36}{5}\right) \cdot \frac{24}{5} = \frac{288}{25} = 11{,}52$$

$PR_M = [p_M - DK(x_M)] \cdot x_M = \left(\frac{36}{5} - \frac{6}{5}\right) \cdot \frac{24}{5} = \frac{144}{5} = 28{,}8$. Siehe Teilaufgabe **a)**.

$$W_M = KR_M + PR_M = \frac{288}{25} + \frac{144}{5} = \frac{1.008}{25} = 40{,}32$$

$\Delta W_M = W_M - W^{opt} = 40{,}32 - 48 = -7{,}68$ oder alternativ:

$$\Delta W_M = \frac{1}{2} \cdot \left(p_M - \frac{dC}{dx_M}\right) \cdot (x^{opt} - x_M) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{36}{5} - \frac{1}{2} \cdot \frac{24}{5}\right) \cdot \left(8 - \frac{24}{5}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{24}{5} \cdot \frac{16}{5} = \frac{192}{25} = 7{,}68$$

$$KR_D = \frac{1}{2} \cdot (p^{\max} - p_D) \cdot x_D = \frac{1}{2} \cdot \left(12 - \frac{36}{7}\right) \cdot \frac{48}{7} \approx 23{,}51$$

$$PR_D = [(p_D - DK(x_D)] \cdot x_D = \left(\frac{36}{7} - \frac{12}{7}\right) \cdot \frac{48}{7} \approx 23{,}51$$

$$W_D = KR_D + PR_D = 23{,}51 + 23{,}51 = 47{,}02$$

$$\Delta W_D = W_D - W^{opt} = 47{,}02 - 48 = -0{,}98$$

d) Die Wohlfahrt ist maximal, wenn die Preis=Grenzkosten–Regel zum Tragen kommt, hier also:

(9) $12 - x = \frac{1}{2} \cdot x$ bzw. (9a) $x^{opt} = 8$

Einsetzen von (9a) in die Preis–Absatz–Funktion bringt den wohlfahrtsmaximalen Preis

(10) $p^{opt} = 12 - x^{opt} = 12 - 8 = 4$

Die Preis–Mengen–Kombination $(p, x) = (4, 8)$ ist wohlfahrtsmaximal.

Je geringer die Wettbewerbsintensität ist, um so weiter sind die Gleichgewichtswerte von den Optimalwerten entfernt: $x^{opt} > x_D > x_M$ sowie $p^{opt} < p_D < p_M$

Aufgabe 2 Klausur September 2015 (7 Punkte)

		Spieler 2		
		a	b	c
Spieler 1	A	0 , 0	1, -1	-1 , $\boxed{1}$
	B	-1 , $\boxed{1}$	0 , 0	1, -1
	C	1, -1	-1 , $\boxed{1}$	0 , 0

Wenn Spieler 2 die Strategie a wählt, ist C die beste Antwort von Spieler 1. a ⇒ C

Wenn Spieler 2 die Strategie b wählt, ist A die beste Antwort von Spieler 1. b ⇒ A

Wenn Spieler 2 die Strategie c wählt, ist B die beste Antwort von Spieler 1. c ⇒ B

Wenn Spieler 1 die Strategie A wählt, ist c die beste Antwort von Spieler 2. A ⇒ c

Wenn Spieler 1 die Strategie B wählt, ist a die beste Antwort von Spieler 2. B ⇒ a

Wenn Spieler 1 die Strategie C wählt, ist b die beste Antwort von Spieler 2. C ⇒ b

Es existiert **kein Nash–Gleichgewicht**.

		Spieler 2	
		a	b
Spieler 1	A	2, $\boxed{2}$	5, 0
	B	0 , $\boxed{5}$	4 , 4

Wenn Spieler 2 die Strategie a wählt, ist A die beste Antwort von Spieler 1. a ⇒ A

Wenn Spieler 2 die Strategie b wählt, ist A die beste Antwort von Spieler 1. b ⇒ A

Wenn Spieler 1 die Strategie A wählt, ist a die beste Antwort von Spieler 2. A ⇒ a

Wenn Spieler 1 die Strategie B wählt, ist a die beste Antwort von Spieler 2. B ⇒ a

Das **Nash–Gleichgewicht** ergibt sich für das Strategiepaar **(A, a)**.

Spieler 1 wählt unabhängig von der Wahl des Spielers 2 stets A. A ist also die dominante Strategie von Spieler 1. Spieler 2 wählt unabhängig von der Wahl des Spielers 1 stets a, dies ist seine dominante Strategie.

[Auszug Ende]

5 Klausurlösungen | Bereitstellung öffentlicher Konsumgüter

Bitte beachten Sie, dass der Lehrstuhl *Volkswirtschaftslehre*, *insb. Finanzwissenschaft*, Rechenwege und „angemessene Interpretation" erwartet, anderweitig mit Punktabzug zu rechnen ist.

Aufgabe 3 Klausur vom September 2016 (44 Punkte)

a) Das Problem zur **Pareto–optimalen** Bereitstellung des öffentlichen Gutes lautet:

$$(1)\ \max!\ W = \sum_{i=1}^{3} F_i(y) - K(y) = 17 \cdot y - \frac{11}{10} \cdot y^2 - y^2 = 17 \cdot y - \frac{21}{10} \cdot y^2$$

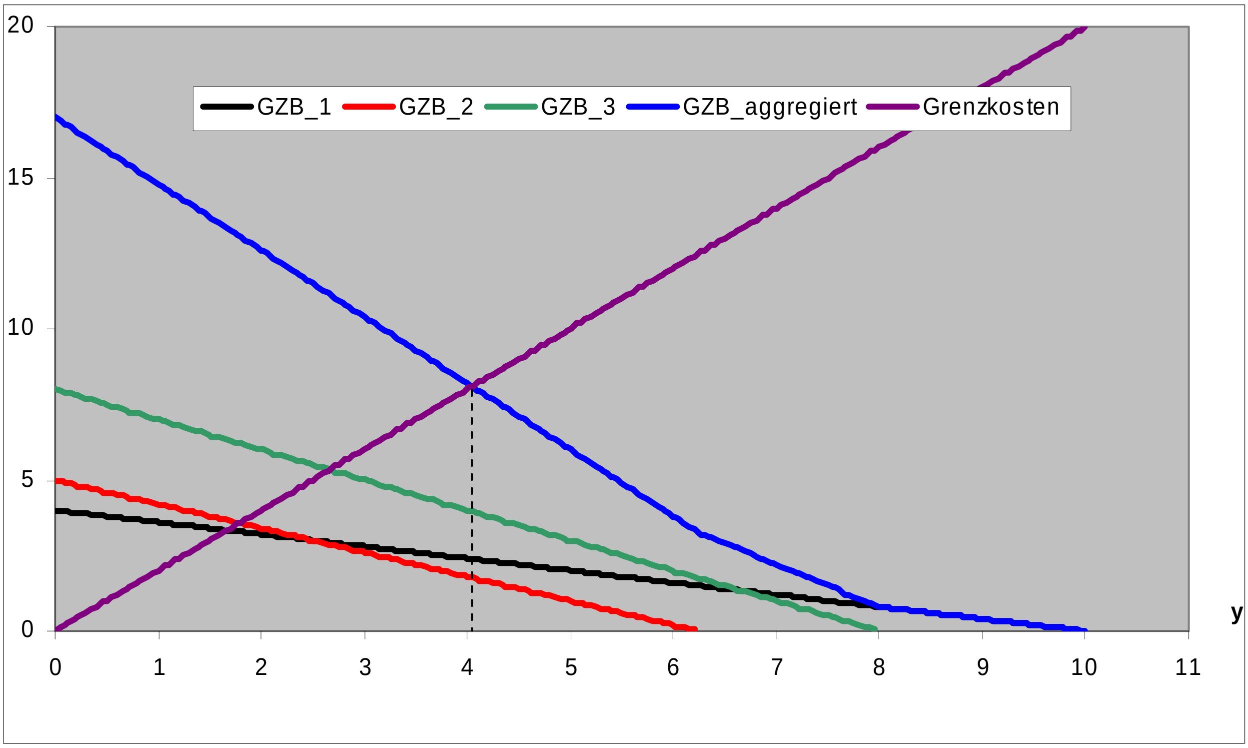
Die notwendige Bedingung für ein Optimum bzw. die **Samuelson–Bedingung** lautet:

$$(2)\ \frac{dW}{dy} = 17 - \frac{21}{5} \cdot y \overset{!}{=} 0 \qquad \text{bzw.} \qquad (2a)\ y^{opt} = \frac{85}{21} \approx 4{,}05$$

Die Aufgabenstellung lautet „Ermitteln Sie […] rechnerisch . . ." Bei dieser Formulierung sollten Sie das Optimierungsproblem (1) notieren und zeigen, dass sich die Optimalbedingung aus der Nullsetzung der Ableitung (2) ergibt. Anderweitig reicht die Kenntnis der Samuelson–Bedingung $\sum dF_i / dy = dK / dy$.

Für die (maximale) **Wohlfahrt** ergibt sich aus (1):

$$(3)\ W^{opt} = 17 \cdot y^{opt} - \frac{21}{10} \cdot (y^{opt})^2 = 17 \cdot \frac{85}{21} - \frac{21}{10} \cdot \left(\frac{85}{21}\right)^2 = \frac{1.445}{42} \approx 34{,}4$$



Die Grafik wurde mit EXCEL erstellt.

Die Kurve der aggregierten Grenzzahlungsbereitschaft (GZB) ist aus der vertikalen Aggregation der 3 individuellen GZB – Kurven entstanden. Sie weist drei Abschnitte auf:

$$\sum_{i=1}^{3}\frac{dF_i}{dy}=\frac{dF_1}{dy}+\frac{dF_2}{dy}+\frac{dF_3}{dy}=\left(4-\frac{4}{10}\cdot y\right)+\left(5-\frac{8}{10}\cdot y\right)+\left(8-\frac{10}{10}\cdot y\right)=17-\frac{22}{10}\cdot y \quad \text{für} \quad 0\le y\le\frac{25}{4}$$

$$\sum_{i=1}^{3}\frac{dF_i}{dy}=\frac{dF_1}{dy}+\frac{dF_2}{dy}+\frac{dF_3}{dy}=\left(4-\frac{4}{10}\cdot y\right)+0+\left(8-\frac{10}{10}\cdot y\right)=12-\frac{14}{10}\cdot y \quad \text{für} \quad \frac{25}{4}<y\le 8$$

$$\sum_{i=1}^{3}\frac{dF_i}{dy}=\frac{dF_1}{dy}+\frac{dF_2}{dy}+\frac{dF_3}{dy}=\left(4-\frac{4}{10}\cdot y\right)+0+0=4-\frac{4}{10}\cdot y \quad \text{für} \quad 8<y\le 10$$

Die $\sum GZB_i$ – Kurve hat also bei $y=25/4$ und bei $y=8$ jeweils eine Knickstelle, weil der Konsument 2 für $y\ge 25/4$ und der Konsument 3 für $y\ge 8$ eine Grenzzahlungsbereitschaft von Null haben. Der berechnete Wert $y^{opt}=\frac{85}{21}\approx 4{,}05$ ist also korrekt, da innerhalb des Definitionsbereiches $0\le y\le\frac{25}{4}$.

Der Schnittpunkt der $\sum GZB_i$ – Kurve mit der Grenzkostenkurve, $dK/dy=y$, ergibt den Optimalwert. Für diese Menge ist die von $\sum GZB_i$ – Kurve und Grenzkostenkurve eingeschlossene Fläche, also die Wohlfahrt, maximal. Für diese Fläche gilt überschlagsweise $0{,}5*17*4=34$, überprüfen Sie so rasch Ihr Rechenergebnis.

b) Das **individuelle Optimierungsproblem** des Konsumenten i lautet:

(4) max! $KR_i=F_i(y)-\frac{1}{3}\cdot K(y)=F_i(y)-\frac{1}{3}\cdot y^2$

Die **notwendige Bedingung** lautet:

(5) $\frac{dKR_i}{dy}=\frac{dF_i}{dy}-\frac{2}{3}\cdot y\overset{!}{=}0$ bzw. (5a) $\frac{dF_i}{dy}=\frac{2}{3}\cdot y$

Für die einzelnen Konsumenten folgt aus (5a):

$$(6)\ \left(\frac{dF_1}{dy}=\right)\ 4-\frac{2}{5}\cdot y=\frac{2}{3}\cdot y \qquad \text{bzw.} \qquad (6a)\ y_1{*}=\frac{15}{4}=3{,}75$$

$$(7)\ \left(\frac{dF_2}{dy}=\right)\ 5-\frac{4}{5}\cdot y=\frac{2}{3}\cdot y \qquad \text{bzw.} \qquad (7a)\ y_2{*}=\frac{75}{22}\approx 3{,}41$$

$$(8)\ \left(\frac{dF_3}{dy}=\right)\ 8-y=\frac{2}{3}\cdot y \qquad \text{bzw.} \qquad (8a)\ y_3{*}=\frac{24}{5}=4{,}8$$

c) Bei einer Mehrheitswahl setzt sich wegen $y_3{*}>y_1{*}>y_2{*}$ die Lieblingsmenge des Konsumenten 1 mit $y_1{*}=\frac{15}{4}=3{,}75$ durch.

Bei der Wahl zwischen $y_1{*}$ und $y_2{*}$ gewinnt $y_1{*}$ mit 2:1 Stimmen, denn Konsument 3 stimmt für $y_1{*}$, weil $y_2{*}$ von seiner Lieblingsmenge weiter entfernt ist als $y_1{*}$.

Bei der Wahl zwischen $y_1{*}$ und $y_3{*}$ gewinnt $y_1{*}$ mit 2:1, denn Konsument 2 stimmt für $y_1{*}$, weil $y_3{*}$ von seiner Lieblingsmenge weiter entfernt ist als $y_1{*}$.

Auf eine Abstimmung zwischen $y_2{*}$ und $y_3{*}$ kann verzichtet werden, weil beide Alternativen von $y_1{*}$ dominiert werden.

Machen Sie sich bitte klar, dass die Zahlungsbereitschaftsfunktionen der Konsumenten eine Glockenform aufweisen. Aus $y_3{*}>y_1{*}>y_2{*}$ folgt für den dritten Konsumenten also $F_3(y_3{*})>F_3(y_1{*})>F_3(y_2{*})$. Für den zweiten Konsumenten gilt $F_2(y_2{*})>F_2(y_1{*})>F_2(y_3{*})$. Die Rangordnung für den ersten Konsumenten kann auf diese Weise nicht festgestellt werden, sie ergibt sich nach Eingabe der Zahlenwerte.

Für die **Wohlfahrt** ergibt sich mit $y_1{*}=\frac{15}{4}=3{,}75$:

$$(9)\ W(y_1{*})=17\cdot y_1{*}-\frac{21}{10}\cdot(y_1{*})^2=17\cdot\frac{15}{4}-\frac{21}{10}\cdot\left(\frac{15}{4}\right)^2\approx 34{,}22$$

Es entsteht ein **Wohlfahrtsverlust** gegenüber dem Optimum gemäß (3):

$$(10)\ \Delta W=W^{opt}-W(y_1{*})=34{,}4-34{,}22=0{,}18$$

d) Die Kostenfunktion $K=3\cdot\tilde{c}\cdot y$ ändert das **Optimierungsproblem** des Konsumenten i ($i=1{,}2{,}3$) zu:

$$(11)\ \max!\ KR_i=F_i(y)-\frac{1}{3}\cdot K(y)=F_i(y)-\tilde{c}\cdot y$$

Die **notwendige Bedingung** lautet:

(12) $\frac{dKR_i}{dy} = \frac{dF_i}{dy} - \tilde{c} \overset{!}{=} 0$ bzw. (12a) $\frac{dF_i}{dy} = \tilde{c}$

Für die einzelnen Konsumenten folgt aus (12a):

(13) $\left(\frac{dF_1}{dy} =\right) 4 - \frac{2}{5} \cdot y = \tilde{c}$ bzw. (13a) $y_1{*} = \frac{5}{2} \cdot (4 - \tilde{c})$

(14) $\left(\frac{dF_2}{dy} =\right) 5 - \frac{4}{5} \cdot y = \tilde{c}$ bzw. (14a) $y_2{*} = \frac{5}{4} \cdot (5 - \tilde{c})$

(15) $\left(\frac{dF_3}{dy} =\right) 8 - y = \tilde{c}$ bzw. (15a) $y_3{*} = 8 - \tilde{c}$

Für Werte $3 \le \tilde{c} \le 4$ ist Konsument 2 der Medianwähler:

	$y_1{*}$	$y_2{*}$	$y_3{*}$	
$\tilde{c} = 4$	0	1,25	4	$y_3{*} > y_2{*} > y_1{*}$
$\tilde{c} = 3$	2,5	2,5	5	$y_3{*} > y_2{*} = y_1{*}$

e) Die Bürokraten maximieren den **Überschuss** des (unter falschen Kostenangaben erzielbaren) Budgets über die tatsächlichen Kosten:

(16) max! $\tilde{U} = \tilde{K}(y_m^+) - K(y_m^+) = 3 \cdot \tilde{c} \cdot y_m^+ - (y_m^+)^2 = 3 \cdot \tilde{c} \cdot \frac{5}{4} \cdot (5 - \tilde{c}) - \left[\frac{5}{4} \cdot (5 - \tilde{c})\right]^2$

Die Menge y_m^+, hier also wegen **d)** die Menge des zweiten Konsumenten $y_2{*}$, hängt vom Kostenparameter $\tilde{c}$ ab: $y_m^+ = y_2{*} = \frac{5}{4} \cdot (5 - \tilde{c})$ gemäß (14a).

Die **notwendige Bedingung** lautet:

(17) $\frac{d\tilde{U}}{d\tilde{c}} = \frac{15}{4} \cdot (5 - \tilde{c}) - \frac{15}{4} \cdot \tilde{c} - \underbrace{2 \cdot \left[\frac{5}{4} \cdot (5 - \tilde{c})\right]}_{\textit{äußere Ableitung}} \cdot \underbrace{\left(-\frac{5}{4}\right)}_{\textit{innere Abl.}} \overset{!}{=} 0$

Umstellen nach $\tilde{c} = 5$ bringt

(18) $\tilde{c} = \frac{55}{17} \approx 3{,}24$

$$\frac{15}{4}\cdot(5-\tilde{c})-\frac{15}{4}\cdot\tilde{c}-2\cdot\left[\frac{5}{4}\cdot(5-\tilde{c})\right]\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)=0 \quad \text{bzw.}$$

$$\frac{75}{4}-\frac{15}{4}\cdot\tilde{c}-\frac{15}{4}\cdot\tilde{c}+\frac{5}{2}\cdot\left[\frac{5}{4}\cdot(5-\tilde{c})\right]=0 \quad \text{bzw.}$$

$$\frac{75}{4}-\frac{30}{4}\cdot\tilde{c}+\frac{25}{8}\cdot(5-\tilde{c})=0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{75}{4}-\frac{30}{4}\cdot\tilde{c}+\frac{125}{8}-\frac{25}{8}\cdot\tilde{c}=0 \text{ bzw. } \frac{275}{8}=\frac{85}{8}\cdot\tilde{c}$$

Für den **Überschuss** ergibt sich unter Berücksichtigung von $\tilde{c}=\frac{55}{17}$:

(19a) $\max!\ \tilde{U}=3\cdot\frac{55}{17}\cdot\frac{5}{4}\cdot\left(5-\frac{55}{17}\right)-\left[\frac{5}{4}\cdot\left(5-\frac{55}{17}\right)\right]^2 \approx 16{,}54$

Die bereit gestellte, vom Medianwähler Konsument 2 bestimmte **Menge** beträgt:

(20) $y_m^+ = y_2{*} = \frac{5}{4}\cdot(5-\tilde{c}) = \frac{5}{4}\cdot\left(5-\frac{55}{17}\right)=\frac{75}{34}\approx 2{,}2\,.$

Für die **Wohlfahrt** ergibt sich

(21) $W(y_m^+) = 17\cdot y_m^+ - \frac{21}{10}\cdot(y_m^+)^2 = 17\cdot\frac{75}{34}-\frac{21}{10}\cdot\left(\frac{75}{34}\right)^2 \approx 27{,}28$

Es entsteht ein **Wohlfahrtsverlust** gegenüber dem Optimum gemäß (3):

(22) $\Delta W = W^{opt} - W(y_m^+) = 34{,}4-27{,}28=7{,}12$

Dieser Wohlfahrtsverlust ist größer als jener im Medianwählergleichgewicht:

(10) $\Delta W = W^{opt} - W(y_1{*}) = 34{,}4-34{,}22=0{,}18$

Grund: Die Durchsetzung des Eigeninteresses der Bürokratie mittels Angabe einer falschen Kostenfunktion führt dazu, dass die Versorgung mit dem öffentlichen Gut geringer ausfällt, als dies bei korrekter Kostenangabe im Medianwählergleichgewicht möglich wäre:

$$y_m^+(\tilde{c})=\frac{75}{34}<\frac{75}{17}=y_2{*}$$

Dies führt zu einem Wohlfahrtsverlust.

Aufgabe 3 Klausur März 2016 (50 Punkte)

a) Das öffentliche Gut wird für jene Menge **effizient** bereit gestellt, für die die aggregierte marginale Zahlungsbereitschaft den Grenzkosten des öffentlichen Gutes entspricht:

(1) $\left(\sum \frac{dF_i}{dy} =\right) 20 - 3 \cdot y \overset{!}{=} 8 \left(= \frac{dK}{dy}\right)$ bzw. (1a) $y^{opt} = 4$

Für die aggregierte (maximale) Zahlungsbereitschaft gilt:

$\sum F_i(y) = F_1(y) + F_2(y) + F_3(y) = 20 \cdot y - \frac{3}{2} \cdot y^2$ für $0 \le y \le 4$

Die Einschränkung $y \le 4$ ist wichtig, denn für $y > 4$ hat der Konsument 1 eine marginale Zahlungsbereitschaft von Null, und es gilt $\sum F_i(y) = F_2(y) + F_3(y) = 14 \cdot y - \frac{3}{4} \cdot y^2$. Das Ergebnis $y^{opt} = 4$ liegt also gerade noch im Definitionsbereich $0 \le y \le 4$. Sollte dies nicht der Fall sein, müssen Sie die Berechnung (1) für den zweiten Abschnitt (siehe Zeichnung) der aggregierten marginale Zahlungsbereitschaft durchführen.

Die aggregierte marginale Zahlungsbereitschaft (Grenzzahlungsbereitschaft) ist die Ableitung dieser Funktion. Beachten Sie: Bei einem **privaten** Gut x wird die **Gesamtnachfrage** mittels $x = x_1 + x_2 + x_3$ für jeden **gegebenen Preis** ermittelt. Für ein **öffentliches** Gut y wird die **Gesamt–Grenzzahlungsbereitschaf**t für jede **gegebene Menge** ermittelt.

Für die **Wohlfahrt** ergibt sich allgemein:

(2) $W = \sum F_i(y) - K(y) = 20 \cdot y - \frac{3}{2} \cdot y^2 - 8 \cdot y = 12 \cdot y - \frac{3}{2} \cdot y^2$

bzw. nach Einsetzen von $y^{opt} = 4$:

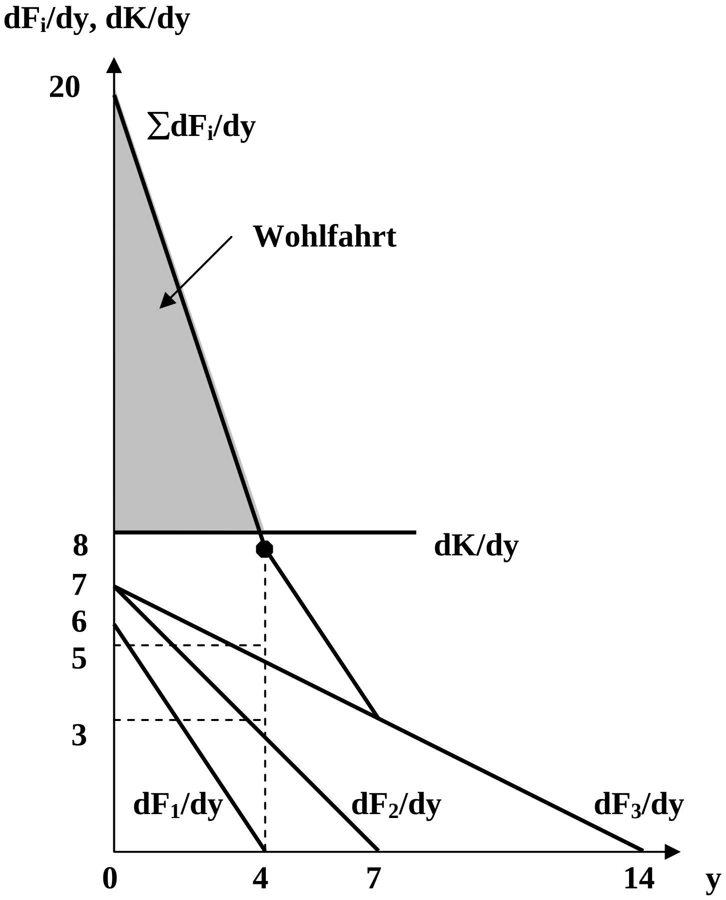
(2a) $W(y^{opt}) = 12 \cdot 4 - \frac{3}{2} \cdot 4^2 = 24$

Die Wohlfahrt ist die Summe aus Konsumentenrente (*KR*) und Produzentenrente (*PR*):

$KR = \sum F_i(y) - p \cdot y$ sowie $PR = p \cdot y - K(y)$

$W = KR + PR = \left(\sum F_i(y) - p \cdot y\right) + \left(p \cdot y - K(y)\right) = \sum F_i(y) - K(y)$

Mit p in $p \cdot y$ ist ein kostendeckender Preis gemeint, der sich in der Konsumentenrente beispielsweise als Summe individuellen Preise – siehe Teilaufgabe b) – ergibt. Der Ausdruck $p \cdot y$ in der Produzentenrente ist der Erlös aus Sicht des bereitstellenden Unternehmens. Beide Ausdrücke heben sich in der Wohlfahrtsberechnung auf, so dass Sie die Wohlfahrt stets aus $W = \sum F_i(y) - K(y)$ berechnen können.



Die linearen Kurven der marginalen Zahlungsbereitschaften der einzelnen Konsumenten haben die Funktionsgleichungen:

$$\frac{dF_1}{dy} = 6 - \frac{3}{2} \cdot y \qquad \text{mit} \qquad \frac{dF_1}{dy} = 0 \qquad \text{für} \qquad y \geq 4$$

$$\frac{dF_2}{dy} = 7 - y \qquad \text{mit} \qquad \frac{dF_2}{dy} = 0 \qquad \text{für} \qquad y \geq 7$$

$$\frac{dF_3}{dy} = 7 - \frac{1}{2} \cdot y \qquad \text{mit} \qquad \frac{dF_3}{dy} = 0 \qquad \text{für} \qquad y \geq 14$$

Die Funktionsgleichung der bei $y = 4$ und $y = 7$ zweifach geknickten Kurve der aggregierten marginalen Zahlungsbereitschaft lautet:

$$\sum \frac{dF_i}{dy} = \begin{cases} 20 - 3 \cdot y & 0 \leq y \leq 4 \\ 14 - 1{,}5 \cdot y \quad \textit{für} & 4 \leq y \leq 7 \\ 7 - 0{,}5 \cdot y & y > 7 \end{cases}$$

Die Wohlfahrt lässt sich mit Blick auf die Grafik als Dreiecksfläche berechnen:

$$W = 0{,}5 \cdot (20 - 8) \cdot 4 = 24$$

b) Die **Lindahl–Preise** P_i^L entsprechen den individuellen Grenzzahlungsbereitschaften der Konsumenten für die Pareto–optimale Menge:

(3) $P_1^L = \frac{dF_1}{dy}(y^{opt}) = 6 - \frac{3}{2} \cdot y^{opt} = 6 - \frac{3}{2} \cdot 4 = 0$

(4) $P_2^L = \frac{dF_2}{dy}(y^{opt}) = 7 - y^{opt} = 7 - 4 = 3$

(5) $P_3^L = \frac{dF_3}{dy}(y^{opt}) = 7 - \frac{1}{2} \cdot y^{opt} = 7 - \frac{1}{2} \cdot 4 = 5$

> Ist Ihnen klar, das die Summe der Lindahl–Preise den Durchschnittskosten des öffentlichen Gutes entsprechen muss:
>
> $\sum P_i^L = 0 + 3 + 5 = 8$ sowie $\frac{K(y)}{y} = \frac{8 \cdot y}{y} = 8$

c) Die **individuelle Optimierungsaufgabe** des Konsumenten i lautet bei Gleichverteilung der Bereitstellungskosten $K(y)$:

(6) max! $KR_i = F_i(y) - \frac{1}{3} \cdot K(y)$

Die **notwendige Bedingung** lautet:

(7) $\frac{dKR_i}{dy} = \frac{dF_i}{dy} - \frac{1}{3} \cdot \frac{dK}{dy} \overset{!}{=} 0$ bzw. (7a) $\frac{dF_i}{dy} = \frac{8}{3}$ [wegen $\frac{dK}{dy} = 8$]

Für die Konsumenten 1 bis 3 gilt also:

(8) $6 - \frac{3}{2} \cdot y = \frac{8}{3}$ bzw. (8a) $y_1{*} = \frac{20}{9}$ für Konsument 1

(9) $7 - y = \frac{8}{3}$ bzw. (9a) $y_2{*} = \frac{13}{3}$ für Konsument 2

(10) $7 - \frac{1}{2} \cdot y = \frac{8}{3}$ bzw. (10a) $y_3{*} = \frac{26}{3}$ für Konsument 3

d) Bei einer Mehrheitswahl bei paarweiser Abstimmung über die insgesamt drei Alternativen gewinnt der Medianwähler. Dies ist wegen $y_1{*} < y_2{*} < y_3{*}$ der Konsument 2. Die Menge $y_2{*} = \frac{13}{3}$ setzt sich also bei einer Mehrheitswahl durch.

Bei der Wahl zwischen y_1* und y_2* gewinnt y_2* mit 2:1 Stimmen. Dass Konsument 1 für y_1* und Konsument 2 für y_2* stimmen, ist klar. Ausschlaggebend ist also Konsument 3. Sein individuelles Optimum liegt bei y_3*, bei y_2* stellt er sich angesichts der Glockenform seiner Zahlungsbereitschaftskurve wegen $y_1* < y_2* < y_3*$ besser als bei y_1*, er stimmt also für y_2*.

Bei der Wahl zwischen y_2* und y_3* gewinnt y_2* mit 2:1 Stimmen. Ausschlaggebend ist jetzt Konsument 1. Wegen $y_1* < y_2* < y_3*$ stellt er sich mit y_2* besser als mit y_3*.

Eine Wahl zwischen y_1* und y_3* ist unerheblich, weil beide Alternativen von y_2* dominiert werden.

Die gesamte **Finanzierungslast** beträgt:

(11) $K(y_2*) = 8 \cdot y_2* = 8 \cdot \frac{13}{3} = \frac{104}{3}$

Sollte die Finanzierungslast individuell gleichverteilt sein, trägt jeder Konsument:

(12) $\frac{1}{3} \cdot K(y_2*) = \frac{1}{3} \cdot \frac{104}{3} = \frac{104}{9}$

Die Menge $y_2* = \frac{13}{3}$ übersteigt die Maximalmenge $y = 4$ für Konsument 1, jener kann also eigentlich nicht bereit sein, seinen Anteil voll zu tragen. Unterstellt sei jedoch, damit es nicht zu kompliziert wird, dass er diesen Anteil tragen muss.

Für die **Wohlfahrt** gilt:

(13) $W(y_2*) = F_1(4) + F_2\left(\frac{13}{3}\right) + F_3\left(\frac{13}{3}\right) - K\left(\frac{13}{3}\right)$

Bedenken Sie, dass der Konsument 1 maximal $y = 4$ nachfragt! Wenn Sie sich der Flächen in der obigen Grafik vergegenwärtigen, so müssen Sie berechnen:

$$W(y_2*) = \sum_{i=1}^{3} F_i(4) + \sum_{i=2}^{3} F_i\left(\frac{13}{3}\right) - \sum_{i=2}^{3} F_i(4) - K\left(\frac{13}{3}\right) = F_1(4) + \sum_{i=2}^{3} F_i\left(\frac{13}{3}\right) - K\left(\frac{13}{3}\right)$$

Einsetzen der einzelnen Funktionen in (13) bringt

(13a)
$$W(y_2*) = \left(6 \cdot 4 - \frac{3}{4} \cdot 4^2\right) + \left(7 \cdot \frac{13}{3} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{13}{3}\right)^2\right) + \left(7 \cdot \frac{13}{3} - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{13}{3}\right)^2\right) - 8 \cdot \frac{13}{3} \approx 23{,}91\overline{6}$$

$$\left(6\cdot 4-\frac{3}{4}\cdot 4^2\right)+\left(7\cdot\frac{13}{3}-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{13}{3}\right)^2\right)+\left(7\cdot\frac{13}{3}-\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{13}{3}\right)^2\right)-8\cdot\frac{13}{3}=12+\frac{377}{18}+\frac{923}{36}$$

Es ergibt sich mithin ein **Wohlfahrtsverlust** gegenüber dem Optimum von:

(14) $\Delta W = W(y^{opt}) - W(y_2*) = 24 - 23{,}91\overline{6} = 0{,}08\overline{3}$

e) Die individuellen **Finanzierungsbeiträge** entsprechen dem jeweiligen Anteil des individuellen Einkommens am Gesamteinkommen:

(15) $FB_i = \frac{E_i}{\sum E_i}\cdot K(y) = \frac{E_i}{40}\cdot 8\cdot y = E_i\cdot\frac{1}{5}\cdot y$

Für die einzelnen Konsumenten ergibt sich somit:

(16) $FB_1 = E_1\cdot\frac{1}{5}\cdot y = 10\cdot\frac{1}{5}\cdot y = 2\cdot y$

(17) $FB_2 = E_2\cdot\frac{1}{5}\cdot y = 10\cdot\frac{1}{5}\cdot y = 2\cdot y$

(18) $FB_3 = E_3\cdot\frac{1}{5}\cdot y = 20\cdot\frac{1}{5}\cdot y = 4\cdot y$

f) Die **individuelle Optimierungsaufgabe** des Konsumenten *i* lautet:

(19) $\max!\ KR_i = F_i(y) - FB_i = F_i(y) - E_i\cdot\frac{1}{5}\cdot y$

Die **notwendige Bedingung** lautet:

(20) $\frac{dKR_i}{dy} = \frac{dF_i}{dy} - E_i\cdot\frac{1}{5} \overset{!}{=} 0$

Für die Konsumenten 1 bis 3 gilt also:

(21) $6-\frac{3}{2}\cdot y = E_1\cdot\frac{1}{5}$ bzw. (21a) $6-\frac{3}{2}\cdot y = 2$ bzw. (21b) $y_1* = \frac{8}{3}$ für Konsument 1

(22) $7-y = E_2\cdot\frac{1}{5}$ bzw. (22a) $7-y=2$ bzw. (22b) $y_2* = 5$ für Konsument 2

(23) $7-\frac{1}{2}\cdot y = E_3\cdot\frac{1}{5}$ bzw. (23a) $7-\frac{1}{2}\cdot y = 4$ bzw. (22b) $y_3* = 6$ für Konsument 3

Bei einer Mehrheitswahl bei paarweiser Abstimmung über die insgesamt drei Alternativen gewinnt der Medianwähler. Dies ist wegen $y_1{*} < y_2{*} < y_3{*}$ der Konsument 2. Die Menge $y_2{*} = 5$ setzt sich also bei einer Mehrheitswahl durch.

g) Für die **Wohlfahrt** gilt:

$$
\begin{aligned}
&W(y_2{*}) = F_1(4) + F_2(5) + F_3(5) - K(5) \\
(24)\quad &= \left(6 \cdot 4 - \frac{3}{4} \cdot 4^2\right) + \left(7 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 5^2\right) + \left(7 \cdot 5 - \frac{1}{4} \cdot 5^2\right) - 8 \cdot 5 = 23{,}25
\end{aligned}
$$

Konsument 1 fragt nur $y = 4$ nach.

Es ergibt sich mithin ein **Wohlfahrtsverlust** gegenüber dem Optimum von:

(25) $\Delta W = W(y^{opt}) - W(y_2{*}) = 24 - 23{,}25 = 0{,}75$

Der Wohlfahrtsverlust unter einer vom individuellen Einkommen abhängigen Finanzierungslast gegenüber dem Optimum ist größer also unter einer Gleichverteilung der Finanzierungslast. Daraus sollte jedoch keine Regel abgeleitet werden, denn wenn der individuelle Einkommensanteil am Gesamteinkommen zufällig dem Anteil der individuellen Grenzzahlungsbereitschaft an der aggregierten Grenzzahlungsbereitschaft entspricht, wird jedes Individuum die optimale Menge wählen.

[Auszug Ende]