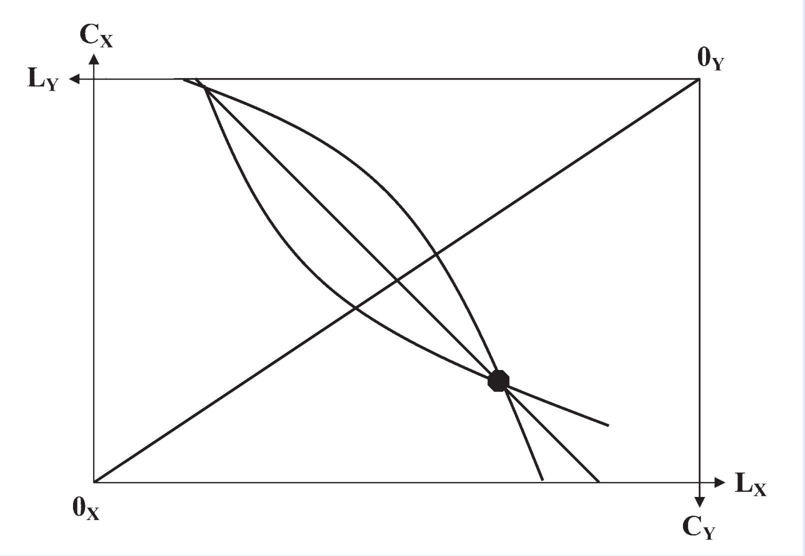
vwllösungen

Repetitorium Axel Hillmann

Preisbildung

auf unvollkommenen Märkten und allgemeines Gleichgewicht



Klausurlösungen

Inhaltsangabe

1 Oligopolistische Märkte 1
1.1 Aufgabenverteilung 1
1.2 Klausurlösungen 3
2 Netzwerkmärkte 81
2.1 Aufgabenverteilung 81
2.2 Klausurlösungen 83
3 Allgemeines Gleichgewicht 137
3.1 Aufgabenverteilung 137
3.2 Klausurlösungen 139
4 Mathehilfen 215
4.1 Ableitungen 215
4.2 Totales Differenzieren 217
4.3 Langrange–Technik 218
4.4 Lösen einer quadratischen Gleichung 219
4.5 Rechnen mit Exponenten 220

1.2 Klausurlösungen

Bitte beachten Sie, dass der Lehrstuhl *Volkswirtschaft, insb. Wirtschaftstheorie* in der Regel erwartet, dass bei der Marginalanalyse („Optimierungen") auch die Bedingungen zweiter Ordnung ermittelt werden.

Aufgabe 1 Klausur vom September 2016 (40 Punkte)

a) Die **Reaktionsfunktionen** sind das Ergebnis der individuellen Gewinnmaximierung der Anbieter *F* und *M*.

Hier: Die **Reaktionsfunktion** eines Oligopolisten ist die Funktion seines gewinnmaximierenden Preises in Abhängigkeit vom (vermuteten) Preis des anderen Oligopolisten. *Allgemeine Definition*: Die Reaktionsfunktion (best answer) eines Akteurs *A* gibt an, mit welcher Dispositionsentscheidung dieser Akteur auf eine gegebene (vermutete) Dispositionsentscheidung eines anderen Akteurs *B* bzw. aller anderen relevanten Akteure derselben Marktseite reagiert. Es handelt sich hier um das (statische) **Launhardt–Hotelling–Modell** mit Preiswettbewerb. Im Launhardt–Hotelling–Modell werden heterogene Güter, formal: **Substitute** angenommen: $\frac{\partial X_i}{\partial P_j}, \frac{\partial X_j}{\partial P_i} > 0$. Es existieren unterschiedliche Nachfragefunktionen für jeden Oligopolisten, wobei die Nachfrage jeweils stärker auf eigene Preisänderungen als auf Preisänderungen von Substituten reagiert: $\left|\frac{\partial X_F}{\partial P_F}\right| = 8 > 5 = \frac{\partial X_F}{\partial P_M}$ sowie $\left|\frac{\partial X_M}{\partial P_M}\right| = 8 > 5 = \frac{\partial X_M}{\partial P_F}$

In der Aufgabenstellung ist – ein Versehen? – Homogenität unterstellt. Die Nachfrager haben also keine Präferenzen hinsichtlich der Anbieter und es kann es keine unterschiedlichen Nachfragefunktionen bzw. keine unterschiedlichen Preise geben. Die angegebenen Nachfragefunktion unterscheiden sich bezüglich der Sättigungsmenge, der bei einem Preis von Null maximal nachgefragten Menge. Dieser Unterschied bedeutet eigentlich Heterogenität.

Das **Gewinnmaximierungsproblem** des Anbieters *F* lautet:

$$\text{max!} \quad G_F = P_F \cdot X_F - 15 \cdot X_F = (P_F - 15) \cdot X_F = (P_F - 15) \cdot \left(\frac{5.935}{13} - 8 \cdot P_F + 5 \cdot P_M \right)$$

Die monetären Größen Preis und Durchschnittskosten werden in *Cent / Mengeneinheit* angegeben. $(P_F - 15)$ ist also der Stückgewinn (Durchschnittsgewinn) in Cent.

Die **notwendige Bedingung** für ein Gewinnmaximum lautet:

$$(1) \quad \frac{dG_F}{dP_F} = \frac{7.495}{13} - 16 \cdot P_F + 5 \cdot P_M \overset{!}{=} 0$$

$$\frac{dG_F}{dP_F} = \left(\frac{5.935}{13} - 8 \cdot P_F + 5 \cdot P_M \right) - 8 \cdot (P_F - 15) = \frac{5.935}{13} - 8 \cdot P_F + 5 \cdot P_M - 8 \cdot P_F + \frac{120 \cdot 13}{13}$$

Die **hinreichende Bedingung** ist erfüllt:

(2) $\frac{\partial^2 G_F}{\partial P_F^2} = -16 \overset{!}{=} 0$

Umformung von (1) ergibt die **Reaktionsfunktion** des Anbieters *F*:

(3) $P_F = \frac{7.495}{208} + \frac{5}{16} \cdot P_M$

Rechenweg für (3): $\frac{7.495}{13} - 16 \cdot P_F + 5 \cdot P_M = 0$ bzw. $\frac{7.495}{13} + 5 \cdot P_M = 16 \cdot P_F$

Das **Gewinnmaximierungsproblem** des Anbieters *M* lautet:

max! $G_M = P_M \cdot X_M - 15 \cdot X_M = (P_M - 15) \cdot X_M = (P_M - 15) \cdot \left(\frac{13.085}{13} - 8 \cdot P_M + 5 \cdot P_F \right)$

Die **notwendige Bedingung** für ein Gewinnmaximum lautet:

(4) $\frac{dG_M}{dP_M} = \frac{14.645}{13} - 16 \cdot P_M + 5 \cdot P_F \overset{!}{=} 0$

$\frac{dG_M}{dP_M} = \left(\frac{13.085}{13} - 8 \cdot P_M + 5 \cdot P_F \right) - 8 \cdot (P_M - 15) = \frac{13.085}{13} - 8 \cdot P_M + 5 \cdot P_F - 8 \cdot P_M + \frac{120 \cdot 13}{13}$

Die **hinreichende Bedingung** ist erfüllt:

(5) $\frac{\partial^2 G_M}{\partial P_M^2} = -16 \overset{!}{=} 0$

Umformung von (4) ergibt die **Reaktionsfunktion** des Anbieters *M*:

(6) $P_M = \frac{14.645}{208} + \frac{5}{16} \cdot P_F$

Rechenweg für (6): $\frac{14.645}{13} - 16 \cdot P_M + 5 \cdot P_F = 0$ bzw. $\frac{14.645}{13} + 5 \cdot P_F = 16 \cdot P_M$ Die Preise im **Launhardt–Hotelling–Gleichgewicht** (hier nicht gefragt) ergeben sich aus dem Gleichungssystem (3) und (6), also aus den beiden Reaktionsfunktionen. Einsetzen von (3) in (6) bringt P_M^{LH}. Einsetzen von P_M^{LH} in (3) bringt P_F^{LH}. [*LH* = Launhardt–Hotelling]

b) Die **Reaktionsfunktionen** sind auch hier das Ergebnis der individuellen Gewinnmaximierung der Anbieter *F* und *M*.

Es handelt sich um das (statische) **Cournot–Modell** unter Mengenwettbewerb, betrachtet wird ein heterogenes Gut. Anders als im Cournot–Modell für ein homogenes Gut existieren hier zwei Preis–Absatz– bzw. Nachfragefunktionen, deshalb gilt nicht $X = X_F + X_M$. Jeder Oligopolist agiert vielmehr – in engen Grenzen – wie ein Monopolist auf seinem Markt, ist jedoch, anders als ein echter Monopolist, abhängig von der (Mengen–) Entscheidung des anderen Oligopolisten.

Zunächst sind einige Vorarbeiten nötig:

Umstellen der Nachfragefunktion $X_F = \frac{5.935}{13} - 8 \cdot P_F + 5 \cdot P_M$ zur Preis–Absatz–Funktion des Anbieters *F*:

(7) $P_F = \frac{5.935}{104} + \frac{5}{8} \cdot P_M - \frac{1}{8} \cdot X_F$

Umstellen der Nachfragefunktion $X_M = \frac{13.085}{13} - 8 \cdot P_M + 5 \cdot P_F$ zur Preis–Absatz–Funktion des Anbieters *M*:

(8) $P_M = \frac{13.085}{104} + \frac{5}{8} \cdot P_F - \frac{1}{8} \cdot X_M$

Für die Reaktionsfunktion unter Mengenwettbewerb muss die Gewinnfunktion G_F nach X_F ableitbar und zudem von X_M als exogener Größe abhängig sein. Deshalb wird in G_F nicht X_F, wie im Preiswettbewerb in Teilaufgabe a), sondern P_F substituiert. Dazu muss zunächst die Inverse der gegebenen Nachfragefunktion $X_F(P_F)$ – hier Gleichung (7) – gebildet werden. Die Variable P_M wird anschließend durch Einsetzen der zur Preis–Absatz–Funktion umgestellten Nachfragefunktion $X_M(P_M)$ – hier Gleichung (8) – substituiert. Abschließend kann die derart modifizierte Nachfragefunktion – hier Gleichung (9) – in die Gewinnfunktion G_F eingesetzt werden. Für die Gewinnfunktion G_M gilt Dasselbe analog.

<u>Ermittlung der Reaktionsfunktion von *F*:</u>

Einsetzen von (8) in (7) bringt:

(9) $P_F = \frac{2.895}{13} - \frac{5}{39} \cdot X_M - \frac{8}{39} \cdot X_F$

Rechenweg für (9):

$P_F = \frac{5.935}{104} + \frac{5}{8} \cdot P_M - \frac{1}{8} \cdot X_F$ bzw. $P_F = \frac{5.935}{104} + \frac{5}{8} \cdot \left(\frac{13.085}{104} + \frac{5}{8} \cdot P_F - \frac{1}{8} \cdot X_M \right) - \frac{1}{8} \cdot X_F$

bzw.	$P_F = \frac{5.935}{104} + \frac{5}{8} \cdot \frac{13.085}{104} + \frac{25}{64} \cdot P_F - \frac{5}{64} \cdot X_M - \frac{1}{8} \cdot X_F$	| Subtraktion von $\frac{25}{64} \cdot P_F$
bzw.	$\frac{39}{64} \cdot P_F = \frac{5.935}{104} + \frac{65.425}{832} - \frac{5}{64} \cdot X_M - \frac{1}{8} \cdot X_F$	| Erweiterung mit 8
bzw.	$\frac{39}{64} \cdot P_F = \frac{47.480}{832} + \frac{65.425}{832} - \frac{5}{64} \cdot X_M - \frac{1}{8} \cdot X_F$	| Zusammenfassen
bzw.	$\frac{39}{64} \cdot P_F = \frac{112.905}{832} - \frac{5}{64} \cdot X_M - \frac{1}{8} \cdot X_F$	| Division von $\frac{39}{64}$
bzw.	$P_F = \frac{64}{39} \cdot \frac{112.905}{832} - \frac{64}{39} \cdot \frac{5}{64} \cdot X_M - \frac{64}{39} \cdot \frac{1}{8} \cdot X_F$	

Das **Gewinnmaximierungsproblem** des Anbieters *F* lautet unter Verwendung von (9):

$$\max! \quad G_F = P_F \cdot X_F - 15 \cdot X_F = \left(\frac{2.895}{13} - \frac{5}{39} \cdot X_M - \frac{8}{39} \cdot X_F \right) \cdot X_F - 15 \cdot X_F$$
$$= \left(\frac{2.700}{13} - \frac{5}{39} \cdot X_M - \frac{8}{39} \cdot X_F \right) \cdot X_F$$

Die **notwendige Bedingung** für ein Gewinnmaximum lautet:

$$(10) \quad \frac{dG_F}{dX_F} = \frac{2.700}{13} - \frac{5}{39} \cdot X_M - \frac{16}{39} \cdot X_F \overset{!}{=} 0$$

Die **hinreichende Bedingung** ist erfüllt:

$$(11) \quad \frac{\partial^2 G_F}{\partial X_F^2} = -\frac{16}{39} \overset{!}{<} 0$$

Umformung von (10) ergibt die **Reaktionsfunktion** des Anbieters *F*:

$$(12) \quad X_F = \frac{8.100 - 5 \cdot X_M}{16} \qquad \text{q.e.d.}$$

Rechenweg für (12):

$\frac{2.700}{13} - \frac{5}{39} \cdot X_M - \frac{16}{39} \cdot X_F = 0$	| Addition von $\frac{16}{39} \cdot X_F$
$\frac{2.700}{13} - \frac{5}{39} \cdot X_M = \frac{16}{39} \cdot X_F$	| Multiplikation mit 39
$8.100 - 5 \cdot X_M = 16 \cdot X_F$	| Division von 16

<u>Ermittlung der Reaktionsfunktion von *M*:</u>

Einsetzen von (7) in (8) bringt:

$$(13)\ P_M = \frac{3.445}{13} - \frac{5}{39} \cdot X_F - \frac{8}{39} \cdot X_M$$

Rechenweg für (13): $P_M = \frac{13.085}{104} + \frac{5}{8} \cdot P_F - \frac{1}{8} \cdot X_M$

bzw. $P_M = \frac{13.085}{104} + \frac{5}{8} \cdot \left(\frac{5.935}{104} + \frac{5}{8} \cdot P_M - \frac{1}{8} \cdot X_F \right) - \frac{1}{8} \cdot X_M$

bzw. $P_M = \frac{13.085}{104} + \frac{5}{8} \cdot \frac{5.935}{104} + \frac{25}{64} \cdot P_M - \frac{5}{64} \cdot X_F - \frac{1}{8} \cdot X_M$

bzw. $\frac{39}{64} \cdot P_M = \frac{134.355}{832} - \frac{5}{64} \cdot X_F - \frac{1}{8} \cdot X_M$

bzw. $P_M = \frac{64}{39} \cdot \frac{134.355}{832} - \frac{64}{39} \cdot \frac{5}{64} \cdot X_F - \frac{64}{39} \cdot \frac{1}{8} \cdot X_M$

Das **Gewinnmaximierungsproblem** des Anbieters *M* lautet unter Verwendung von (13):

$$\text{max! } G_M = P_M \cdot X_M - 15 \cdot X_M = \left(\frac{3.445}{13} - \frac{5}{39} \cdot X_M - \frac{8}{39} \cdot X_F \right) \cdot X_M - 15 \cdot X_M$$
$$= \left(\frac{3.250}{13} - \frac{5}{39} \cdot X_F - \frac{8}{39} \cdot X_M \right) \cdot X_M$$

Die **notwendige Bedingung** für ein Gewinnmaximum lautet:

$$(14)\ \frac{dG_M}{dX_M} = \frac{3.250}{13} - \frac{5}{39} \cdot X_F - \frac{16}{39} \cdot X_M \overset{!}{=} 0$$

Die **hinreichende Bedingung** ist erfüllt:

$$(15)\ \frac{\partial^2 G_M}{\partial X_M^2} = -\frac{16}{39} \overset{!}{=} 0$$

Umformung von (14) ergibt die **Reaktionsfunktion** des Anbieters *F*:

$$(16)\ X_M = \frac{9.750 - 5 \cdot X_F}{16} \qquad \text{q.e.d.}$$

$$\frac{3.250}{13} - \frac{5}{39} \cdot X_F - \frac{16}{39} \cdot X_M = 0 \Rightarrow \frac{3.250}{13} - \frac{5}{39} \cdot X_F = \frac{16}{39} \cdot X_M \Rightarrow 9.750 - 5 \cdot X_F = 16 \cdot X_M$$

c) Einsetzen von (12) in (16) bringt die **gleichgewichtige Menge**:

(17) $X_M^{CN} = 500$ [CN = Cornot–Nash]

$$X_M = \frac{9.750 - 5 \cdot X_F}{16} \quad \text{bzw.} \quad X_M = \frac{4.875}{8} - \frac{5}{16} \cdot X_F$$

bzw. $X_M = \frac{4.875}{8} - \frac{5}{16} \cdot \left(\frac{8.100 - 5 \cdot X_M}{16} \right)$ bzw. $X_M = \frac{4.875}{8} - \frac{5}{16} \cdot \frac{8.100}{16} + \frac{25}{256} \cdot X_M$

bzw. $\frac{231}{256} \cdot X_M = \frac{4.875}{8} - \frac{5}{16} \cdot \frac{2.025}{4} = \frac{39.000}{64} - \frac{10.125}{64} = \frac{28.875}{64}$

bzw. $X_M = \frac{256}{231} \cdot \frac{28.875}{64}$

Einsetzen von (17) in (12) bringt die **gleichgewichtige Menge**:

(18) $X_F^{CN} = \frac{8.100 - 5 \cdot X_M^{CN}}{16} = \frac{8.100 - 5 \cdot 500}{16} = 350$

Im **Nash–Gleichgewicht** bzw. **Cournot–Nash–Gleichgewicht** (deshalb das Superskript *CN*) bestimmt jeder Oligopolist seine Absatzmenge, gegeben die (vermutete) Absatzmenge aller anderen Oligopolisten. Formal müssen also stets die **Reaktionsfunktionen** aus den individuellen Gewinnmaximierungsbedingungen ermittelt werden. Der Begriff *Reaktionsfunktion* ist für ein statisches Modell (einmalige simultane Entscheidungen aller Akteure) ein wenig euphemistisch, denn tatsächlich reagiert ein Akteur ja nicht auf Entscheidungen anderer Akteure. Nehmen Sie die Reaktionsfunktion deshalb als Art *Angebotsfunktion* eines Oligopolisten in Abhängigkeit von den (von ihm) vermuteten Absatzmengen der anderen Oligopolisten. Wenn alle Vermutungen richtig sind, entsteht formal ein lösbares Gleichungssystem (bestehend aus allen Reaktionsfunktionen). Die Lösungen dieses Gleichungssystems sind die individuellen Mengen im Nash–Gleichgewicht.

Kapitel 1 Ende des Textauszugs

2.2 Klausurlösungen

Aufgabe 2 Klausur vom September 2016 (27 Punkte)

a) [15 Punkte] Wenn beide Computer **kompatibel** sind, sind lediglich die Zeilen 3 und 4 in der Nutzenfunktion relevant, hier für die Nutzer mit der Präferenz für das *L*–Modell

$$(1)\ U_L = \begin{cases} 800 + \frac{1}{100}\cdot(q_B + q_L) - p_L & \textit{falls Marke L gekauft wird} \\ 450 + \frac{1}{100}\cdot(q_B + q_L) - p_B & \textit{falls Marke B gekauft wird} \end{cases}$$

Die Zahlenangaben sind bereits berücksichtigt. Die Werte können selbstverständlich auch am Ende der Berechungen eingesetzt werden. Der Nettonutzen eines Computers ist abhängig von der Nutzerzahl, $q_B + q_L$, sowie vom jeweiligen Preis. Wer eine Präferenz für das *L*–Modell hat, wie die Besitzer obiger Nettonutzenfunktion, erzielt ceteris paribus einen um $\beta = 350$ geringeren Nutzen, wenn er das *B*–Modell kauft.

Bei Kompatibilität gilt für den Kauf eines jeden PCs stets $q_B + q_L = n_B + n_L = 50.000$. Einsetzen in (1) vereinfacht die Nutzenfunktion zu:

$$(2a)\ U_L = \begin{cases} 1.300 - p_L & \textit{falls Marke L gekauft wird} \\ 950 - p_B & \textit{falls Marke B gekauft wird} \end{cases}$$

Der *B*–Produzent (kurz *B*) **unterbietet** den *L*–Produzenten (kurz *L*), wenn gilt:

$$(3)\ 950 - p_B \geq 1.300 - p_L \qquad \text{bzw.} \qquad (3a)\ p_B \leq p_L - 350$$

B gelingt es, *L* zu unterbieten, wenn die Nutzer mit Präferenz für das *L*–Modell das nicht präferierte *B*–Modell statt des präferierten *L*–Modells kaufen. Die Bedingung dafür lesen Sie in der Nutzenfunktion U_L ab:

$$U_L^{\textit{falls Marke B gekauft wird}} \geq U_L^{\textit{falls Marke L gekauft wird}}$$

In Analogie zu (3a): *L* **unterbietet** *S*, wenn gilt:

$$(4)\ p_L \leq p_B - 350$$

Die Nutzenfunktion der Nutzer mit der Präferenz für das *B*–Modell entspricht (1), es müssten lediglich die Indizes *B* und *L* getauscht werden.

Das **Gleichgewicht** ist **unterbietungsstabil**, wenn es sich für keinen Anbieter lohnt, den jeweils anderen zu unterbieten. Dies ist der Fall, wenn der Gewinn ohne Unterbietung mindestens so groß ist wie der maximale Gewinn bei Unterbietung.

Anders ausgedrückt: Ein **unterbietungsstabiles Gleichgewicht** ist erreicht, wenn jeder Duopolist bei gegebenem Preis des anderen Duopolisten seinen gewinnmaximierenden Preis setzt, der vom anderen Duopolisten nicht unterboten wird.

Für *B* muss wegen (3a) also gelten:

(5) $p_B \cdot 25.000 \geq (p_L - 350) \cdot 50.000$ bzw. (5a) $p_B \geq (p_L - 350) \cdot 2$

Bei Unterbietung darf *B* gemäß (3a) höchstens einen Preis $p_B \leq p_L - 350$ setzen, damit alle Nutzer, also auch jene mit Präferenz für das *L*–Modell, das *B*–Modell kaufen. Als gewinnmaximierender Anbieter wird *B* den Preis ($p_L - 350$) verlangen. Für den Gewinn bei Unterbietung folgt daher $G_B = (p_L - 350) \cdot (n_B + n_L)$. Ohne Unterbietung kaufen nur die Nutzer mit Präferenz für das *B*–Modell, es ergibt sich ein Gewinn von $G_B = p_B \cdot n_B$.

Für *L* gilt wegen (4) analog:

(6) $p_L \geq (p_B - 350) \cdot 2$

Weil die Bedingungen (5b) und (6) für ein unterbietungsstabiles Gleichgewicht (*U*) identisch sind, gilt $p_B = p_L$. Einsetzen in (5b) oder (6) unter Beachtung der strikten Gleichheit bringt die **Gleichgewichtspreise**:

(7) $p_S^U = p_L^U = 700$

Rechenweg für (7):

$p_B = (p_L - 350) \cdot 2$ bzw. $p_B = (p_B - 350) \cdot 2$ bzw. $p_B = 2 \cdot p_B - 700$

Alternativ setzen Sie unter Beachtung der strikten Gleichheit (6) in (5b) ein:

$p_B = (p_L - 350) \cdot 2$ bzw. $p_B = [(p_B - 350) \cdot 2 - 350] \cdot 2$ bzw.

$p_B = [2 \cdot p_B - 1.050] \cdot 2$ bzw. $p_B = 4 \cdot p_B - 2.100$ bzw. $2.100 = 3 \cdot p_B$

Für die **Gewinne** folgt:

(8) $G_i^U = p_i^U \cdot n_i = 700 \cdot 25.000 = 17.500.000$ $[i = B, L]$

b) [12 Punkte] Wenn die Computer **inkompatibel** sind, sind nur die ersten beiden Zeilen in der Nutzenfunktion relevant, hier für die Nutzer mit der Präferenz für das *L*–Modell:

$$(9)\ U_L = \begin{cases} 800 + \frac{1}{100} \cdot q_L - p_L & \textit{falls Marke L gekauft wird} \\ 450 + \frac{1}{100} \cdot q_B - p_B & \textit{falls Marke B gekauft wird} \end{cases}$$

B **unterbietet** den *L*, wenn gilt:

$$(10)\ 450 + \frac{1}{100} \cdot q_B - p_B \geq 800 + \frac{1}{100} \cdot q_L - p_L$$

Wegen $q_B = n_B + n_L = 50.000$ und $q_L = n_L = 25.000$ folgt aus (10):

$$(11)\ p_B \leq p_L - 100$$

Wenn *B* den *L* unterbietet, kaufen nicht nur die $n_B = 25.000$ sondern auch die $n_L = 25.000$ Nutzer das *S*–Modell.

Berechnung von (11): $450 + \frac{1}{100} \cdot q_B - p_B \geq 800 + \frac{1}{100} \cdot q_L - p_L$ bzw.

$450 + \frac{1}{100} \cdot 50.000 - p_B \geq 800 + \frac{1}{100} \cdot 25.000 - p_L$ bzw.

$950 - p_B \geq 1.050 - p_L$ bzw. $-p_B \geq 100 - p_L$

Wegen der identischen Nutzenfunktion gilt analog: *L* **unterbietet** *B*, wenn:

$$(12)\ p_L \leq p_B - 100$$

Das **Gleichgewicht** ist **unterbietungsstabil**, wenn es sich für keinen Anbieter lohnt, den jeweils anderen zu unterbieten. Dies ist der Fall, wenn der Gewinn ohne Unterbietung mindestens so groß ist wie der maximale Gewinn bei Unterbietung.

Für *B* muss wegen (11) also gelten:

(13) $p_B \cdot n_B \geq (p_L - 100) \cdot (n_B + n_L)$ bzw.

(13a) $p_B \cdot 25.000 \geq (p_L - 100) \cdot 50.000$ bzw. (13b) $p_B \geq (p_L - 100) \cdot 2$

Für *L* muss wegen (12) analog gelten:

$$(14)\ p_L \geq (p_B - 100) \cdot 2$$

Weil die Bedingungen für ein unterbietungsstabiles Gleichgewicht, (13b) und (14), identisch sind, gilt $p_B = p_L$. Einsetzen in (13b) oder (14) unter Beachtung der strikten Gleichheit bringt die **Gleichgewichtspreise**:

$$(15)\ p_B^U = p_L^U = 200$$

Rechenweg für (15):

$p_B = (p_L - 100) \cdot 2$ bzw. $p_B = (p_B - 100) \cdot 2$ bzw. $p_B = 2 \cdot p_B - 200$

Alternativ setzen Sie unter Beachtung der strikten Gleichheit (14) in (13b) ein:

$p_B = (p_L - 100) \cdot 2$ bzw. $p_B = [(p_B - 100) \cdot 2 - 100] \cdot 2$ bzw. $p_B = [2 \cdot p_B - 300] \cdot 2$

bzw. $p_B = 4 \cdot p_B - 600$ bzw. $600 = 3 \cdot p_B$

Das unterbietungsstabile Gleichgewicht (15) ist übrigens **kein Nash–Gleichgewicht**. (15) ist lediglich die Bedingung dafür, dass es sich für keinen Duopolisten lohnt, den Preis des anderen Duopolist zu **unter**bieten. Allerdings bietet (15) für jeden Anbieter einen Anreiz zur Preis**erhöhung**.

Beispiel: *L* möchte seinen Gewinn durch eine Preiserhöhung maximieren, gegeben den Preis des Konkurrenten $p_B^U = 200$. Bedingung dafür ist, dass die Nutzer mit der Präferenz für das *L*–Modell den Kauf dieses Modells vorziehen. Dies ist der Fall, wenn der Nutzen daraus mindestens so groß ist, als wenn sie – gemeinsam mit den anderen Nutzern ($q_B = 50.000$) – das *B*–Modell kaufen würden:

$$800 + \frac{1}{100} \cdot q_L - p_L \geq 450 + \frac{1}{100} \cdot q_B - p_B$$

Einsetzen von $p_B^U = 200$ sowie $q_L = 25.000$ und $q_B = 50.000$ bringt:

$800 + \frac{1}{100} \cdot 25.000 - p_L \geq 450 + \frac{1}{100} \cdot 50.000 - 200$ bzw. $1.050 - p_L \geq 750$ bzw.

$p_L^{neu} \leq 300$

Wegen $p_L^{neu} > p_L^U$ bei gleich bleibender Nutzerzahl, $q_L = 25.000$, steigt der Gewinn gegenüber dem unterbietungsstabilen Gleichgewicht.

Diese Argumentation gilt, wie Sie selbst leicht beweisen können, auch für das unterbietungsstabiles Gleichgewicht bei Inkompatibilität (7).

Kapitel 2 Ende des Textauszugs

3.2 Klausurlösungen

Aufgabe 3 Klausur vom September 2016 (33 Punkte)

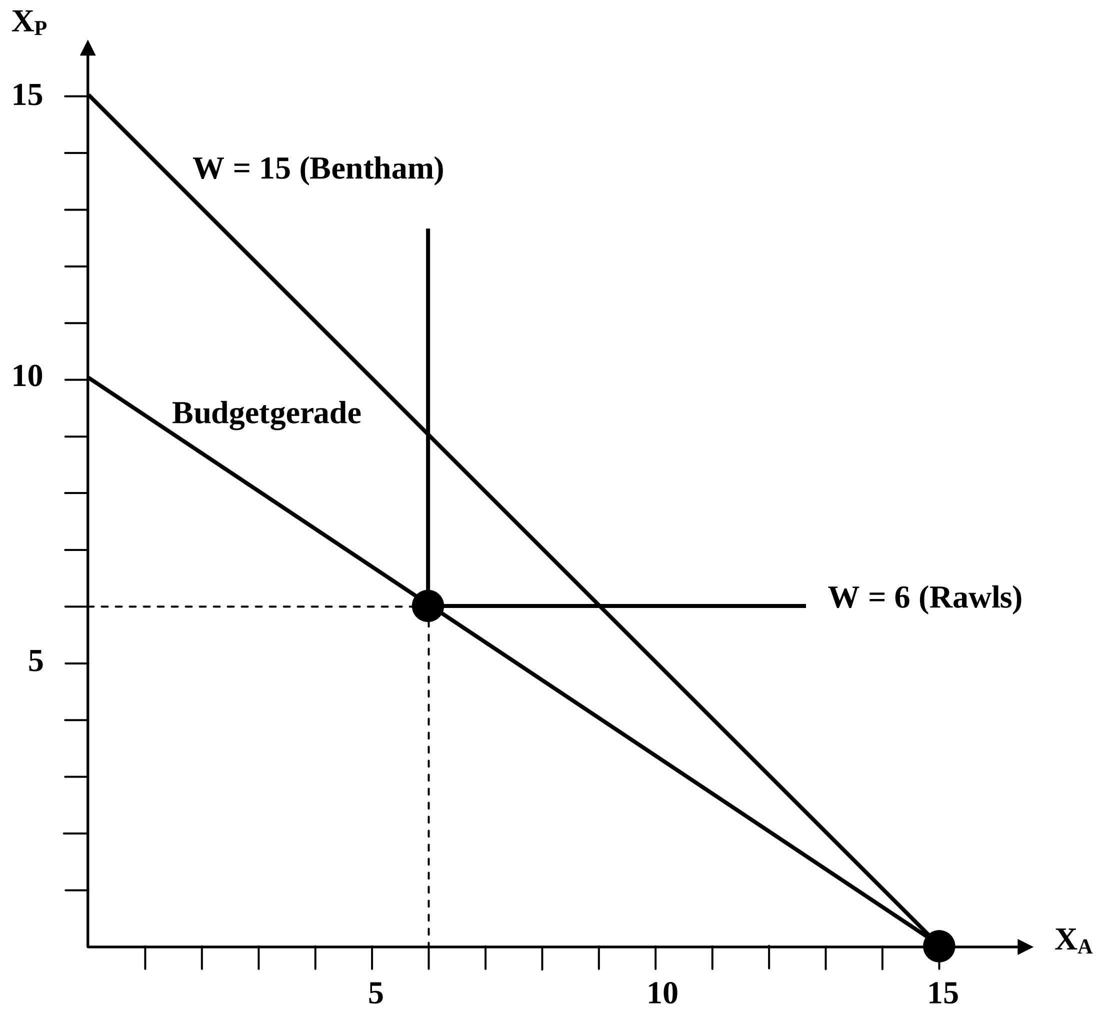
a) [3 Punkte] Für die (gemeinsame) **Budgetgleichung** gilt allgemein:

(1) $B = P_A \cdot X_A + P_P \cdot X_P$

Einsetzen der gegebene Zahlenwerte bringt:

(1a) $15 = X_A + 1{,}5 \cdot X_P$

Die übliche Darstellung: Links das Konsumbudget (für Kuchen), rechts die Ausgaben (Preis mal Menge für zwei Kuchensorten). Die Budgetgleichung ist die Funktionsgleichung der Budgetgerade in einem Gütermengendiagramm. Die **Budgetgerade** ist der geometrische Ort aller Güterbündel, die mit dem gegebenem Budget maximal finanziert werden können. Lageparameter der Budgetgerade sind das Budget B und die Preise P_A und P_P. Die Fläche unterhalb der Budgetgerade inkl. der Gerade selbst stellt die **Konsummöglichkeitsmenge** dar.



Umstellen von (1) zu $X_P = 10 - \frac{2}{3} \cdot X_A$ ergibt die Funktionsgleichung der **Budgetgerade**. Ihre Achsenabschnitte liegen bei $X_A = 15$ (für $X_P = 0$) und $X_P = 10$ (für $X_A = 0$).

b) [10 Punkte] Mit der Wahl von $X_A = 5$ und $X_P = 3$ wäre das Budget von $B = 15$ nicht erschöpft:

(2) $X_A + 1{,}5 \cdot X_P = 5 + 1{,}5 \cdot 3 = 9{,}5 < 15$

Das Güterbündel $(X_A, X_P) = (5{,}3)$ liegt unterhalb der Konsummöglichkeitsgrenze, der Budgetgerade. Unabhängig von der gewählten Wohlfahrtsfunktion kann die Wohlfahrt nicht maximal sein, sie könnte mithin durch eine Erhöhung von X_A und / oder X_P solange erhöht werden, bis die Budgetgerade erreicht bzw. das Konsumbudget erschöpft sind.

c) [10 Punkte] Die **Wohlfahrtsmaximierungsprobleme** lauten:

c.1) max! $W_1 = U_A + U_P$

unter den Nebenbedingungen $U_A = X_A$ $U_P = X_P$ $15 = X_A + 1{,}5 \cdot X_P$

Denken Sie an diese wichtige **formale Regel**: Jede Variable des Optimierungsproblems, hier U_A, U_P, X_A und X_P, muss mindestens zwei Mal enthalten sein. Achten Sie unter dieser Regel also darauf, ob sie stets alle Nebenbedingungen berücksichtigt haben. Durch die Verwendung der Budgetgleichung ist sicher gestellt, dass sich die wohlfahrtsmaximale Allokation auf der Budgetgerade befindet.

Einsetzen bringt:

max! $W_1 = 15 - 1{,}5 \cdot X_P + X_P = 15 - 0{,}5 \cdot X_P$

Ersetzen Sie entweder X_A oder X_P durch die Budgetgleichung.

Die Wohlfahrt ist maximal, wenn X_P den kleinstmöglichen Wert annimmt: $X_P = 0$. Einsetzen in die Budgetgleichung bringt $15 = X_A$.

A und *P* sollten $X_A = 15$ und $X_P = 0$ kaufen.

Für die **Wohlfahrt** ergibt sich:

(3) $W_1 = X_A + X_P = 15 + 0 = 15$

Das übliche Nullsetzen der ersten Ableitung würde hier zu einem absurden Ergebnis führen, wie Sie selbst feststellen können. Grund ist, dass die Wohlfahrtsfunktion linear ist und zu einer linearen Indifferenzkurve führt. Insoweit diese, wie hier, eine andere Steigung aufweist als die Budgetgerade, ergibt sich im Maximum stets eine **Randlösung**. Das nutzenmaximierende Güterbündel befindet sich also auf einer der Achsen im Gütermengendiagramm. Dies können Sie an der Grafik – nach Lösung der Teilaufgabe **e)** – ablesen.

c.2) max! $W_2 = \min\{U_A, U_P\}$

unter den Nebenbedingungen $U_A = X_A \quad U_P = X_P \quad 15 = X_A + 1{,}5 \cdot X_P$

Einsetzen bringt:

max! $W_2 = \min\{15 + 1{,}5 \cdot X_P, X_P\}$

Die Wohlfahrt ist maximal, wenn $15 - 1{,}5 \cdot X_P = X_P$ erfüllt ist: $15 = 2{,}5 \cdot X_P$ bzw. $X_P = 6$. Einsetzen von $X_P = 6$ in die Budgetgleichung bringt $15 = X_A + 1{,}5 \cdot 6$ bzw. $X_A = 6$.

$W = \min\{U_A, U_P\} = \min\{X_A, X_P\}$ bedeutet, dass die kleinere von beiden Menge die Wohlfahrt bestimmt. Die Wohlfahrt ist also maximal, wenn $X_A = X_B$ auf der Budgetgerade erfüllt ist. Dies ist keine allgemeine Regel, sondern gilt für die vorliegende Wohlfahrtsfunktion. Wenn die Funktion $W = \min\{2 \cdot U_A, U_P\} = \min\{2 \cdot X_A, X_P\}$ lauten würde, wäre die Wohlfahrt maximal für $2 \cdot X_A = X_B$.

A und *P* sollten $X_A = 6$ und $X_A = 6$ kaufen.

Für die **Wohlfahrt** ergibt sich:

(4) $W_2 = \min\{X_A, X_P\} = \min\{6, 6\} = 6$

d) [10 Punkte] In (c.1) wurde die utilitaristische **Bentham**’sche, in (c.2) die **Rawl**’sche Wohlfahrtsfunktion verwendet.

Nach utilitaristischer Auffassung ist die Wohlfahrt in einer Gesellschaft maximal, wenn die Summe der Nutzen aller Gesellschaftsmitglieder maximal ist. (Das größte Glück der größten Zahl) Der Utilitarismus ist ein Konzept der Sozialphilosophie, begründet im 18. Jahrhundert, unter anderem von Jeremy Bentham (1748 –1832). Nach dem Rawl’schen Konzept der Gerechtigkeit als Fairness, einem Gegenentwurf zum Utilitarismus, ist die gesellschaftliche Wohlfahrt maximal, wenn der Nutzen des (zukünftig) am schlechtesten gestellten Gesellschaftsmitglieds maximal ist. Die obige Wohlfahrtsfunktion ist die formale Darstellung des sog. Maximinprinzips.

Beide gesellschaftliche Nutzenfunktionen (Wohlfahrtsfunktionen) setzen kardinale Messbarkeit der Nutzen, insbesondere interpersonelle Nutzenvergleichbarkeit voraus. Dies widerspricht der neueren Wohlfahrtsökonomik. Nach der **neueren Wohlfahrtsökonomik**, hier vor allem dem Ansatz von **Pareto**, wird die Möglichkeit kardinaler Nutzenmessbarkeit abgelehnt, da der Betrag von Nutzenänderungen auf individueller Ebene nicht angegeben werden könne, weswegen sich interpersonelle Nutzenvergleiche verbieten. Sie hält lediglich einen ordinalen Nutzenmaßstab für möglich. Die **ältere Wohlfahrtsökonomik** behauptet die kardinale Messbarkeit des individuellen Nutzens und damit auch eine interpersonelle Nutzenvergleichbarkeit („doppelt so gut wie" oder „50%-ige Nutzenerhöhung"), so dass eine gesellschaftliche Wohlfahrtsfunktion in Abhängigkeit von den individuellen, in Geldeinheiten gemessenen Nutzen formuliert werden kann. Das Konzept der Konsumentenrente basiert auf dieser Idee. Nach der ordinalen Nutzentheorie sind für eine gegebene Nutzenfunktion trotz der Zahlenwerte lediglich Bewertungen wie „besser als", „schlechter als" oder „gleich gut wie" möglich, personelle Vergleiche verbieten sich vollständig. Deswegen kann eine Wohlfahrtssteigerung nur konstatiert werden, wenn mindestens ein Akteur eine individuelle Nutzenerhöhung erfährt und kein anderer Akteur eine Nutzenminderung zu verzeichnen hat.

e) [6 Punkte] siehe Grafik

Mit (3) gilt für die erste Wohlfahrtsfunktion $(W_1 =)\, 15 = X_A + X_P$. Die Gleichung der Indifferenzkurve lautet $X_P = 15 - X_A$ mit den Achsenabschnitten $X_A = X_P = 15$.

Ausgehend vom Punkt $(X_A, X_P) = (6{,}6)$ weist die „Indifferenzkurve" der linear–limitationalen Wohlfahrtsfunktion W_2 einen Ast nach rechts und einen Ast nach oben auf, denn: Für alle Werte $X_A > 6$ gilt ceteris paribus, also bei $X_P = 6 = const.$, eine unveränderte Wohlfahrt $W_2 = 6 = const.$ Dasselbe gilt ceteris paribus für alle Werte $X_P > 6$.

Die **Indifferenzkurve** ist der geometrische Ort aller Gütermengenkombinationen, die denselben Nutzen bzw. dieselbe Wohlfahrt stiften, entlang einer gegebenen Indifferenzkurve ist der Nutzen bzw. die Wohlfahrt mithin konstant.

Kapitel 3 Ende des Textauszugs