Seite 151 ff. In der Aufgabe a) ist – obwohl im Optimierungsproblem berücksichtigt – der Preis $p = 2$ nicht in der Gewinnfunktion eingesetzt. Dies führt – unabhängig von den Rechenschritten – nachfolgend zu falschen Zahlenwerten. Am besten, Sie substituieren die gesamte Lösung durch die folgende Korrektur:

a) Das **Gewinnmaximierungsproblem** der Firma B lautet:

$$\max!\ \pi^B = p \cdot q - w_1 \cdot z_1 - w_2 \cdot z_2 \quad \text{u. d. N.} \quad q = z_1^{1/2} \cdot z_2^{1/4} \qquad p = 2$$

bzw. nach Einsetzen:

$$\max!\ \pi^B = 2 \cdot z_1^{1/2} \cdot z_2^{1/4} - w_1 \cdot z_1 - w_2 \cdot z_2$$

Die **notwendigen Bedingungen** lauten:

$$(1)\ \frac{\partial \pi^B}{\partial z_1} = z_1^{-1/2} \cdot z_2^{1/4} - w_1 \overset{!}{=} 0 \qquad \text{bzw.} \qquad (1a)\ z_1 = w_1^{-2} \cdot z_2^{1/2}$$

$$(2)\ \frac{\partial \pi^B}{\partial z_1} = \frac{1}{2} \cdot z_1^{1/2} \cdot z_2^{-3/4} - w_2 \overset{!}{=} 0 \qquad \text{bzw.} \qquad (2a)\ z_1 = 4 \cdot w_2^2 \cdot z_2^{3/2}$$

Berechnung von (1a):

$$z_1^{-1/2} \cdot z_2^{1/4} - w_1 = 0 \quad \text{bzw.} \quad z_1^{-1/2} \cdot z_2^{1/4} = w_1 \quad \text{bzw.} \quad w_1^{-1} \cdot z_2^{1/4} = z_1^{1/2}$$

Berechnung von (2a):

$$\frac{1}{2} \cdot z_1^{1/2} \cdot z_2^{-3/4} - w_2 = 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{2} \cdot z_1^{1/2} \cdot z_2^{-3/4} = w_2 \quad \text{bzw.} \quad z_1^{1/2} = 2 \cdot w_2 \cdot z_2^{3/4}$$

Gleichsetzen von (1a) und (2a) bringt die erste **Nachfragefunktion**:

$$(3)\ z_2 = \frac{1}{4} \cdot w_1^{-2} \cdot w_2^{-2}$$

$$w_1^{-2} \cdot z_2^{1/2} = 4 \cdot w_2^2 \cdot z_2^{3/2} \quad \text{bzw.} \quad w_1^{-2} = 4 \cdot w_2^2 \cdot z_2$$

Einsetzen von (3) in (1a) bringt die zweite **Nachfragefunktion**:

$$(4)\ z_1 = \frac{1}{2} \cdot w_1^{-3} \cdot w_2^{-1}$$

$$z_1 = w_1^{-2} \cdot z_2^{1/2} \ \text{bzw.} \quad z_1 = w_1^{-2} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot w_1^{-2} \cdot w_2^{-2}\right)^{1/2} \ \text{bzw.} \quad z_1 = w_1^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot w_1^{-1} \cdot w_2^{-1}\right)$$

Die **indirekte Gewinnfunktion** lautet mit (3) und (4):

(5) $\pi^B = \frac{1}{4} \cdot w_1^{-2} \cdot w_2^{-1}$

$$\pi^B = 2 \cdot z_1^{1/2} \cdot z_2^{1/4} - w_1 \cdot z_1 - w_2 \cdot z_2 \qquad \text{bzw.}$$

$$\pi^B = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot w_1^{-3} \cdot w_2^{-1}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot w_1^{-2} \cdot w_2^{-2}\right)^{1/4} - w_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot w_1^{-3} \cdot w_2^{-1} - w_2 \cdot \frac{1}{4} \cdot w_1^{-2} \cdot w_2^{-2} \quad \text{bzw.}$$

$$\pi^B = 2 \cdot \frac{1}{2^{1/2}} \cdot w_1^{-3/2} \cdot w_2^{-1/2} \cdot \frac{1}{4^{1/4}} \cdot w_1^{-1/2} \cdot w_2^{-1/2} - \frac{1}{2} \cdot w_1^{-2} \cdot w_2^{-1} - \frac{1}{4} \cdot w_1^{-2} \cdot w_2^{-1} \quad \text{bzw.}$$

$$\pi^B = 2 \cdot \frac{1}{2^{1/2}} \cdot \frac{1}{4^{1/4}} \cdot w_1^{-2} \cdot w_2^{-1} - \frac{1}{2} \cdot w_1^{-2} \cdot w_2^{-1} - \frac{1}{4} \cdot w_1^{-2} \cdot w_2^{-1} \quad \text{bzw.}$$

$$\pi^B = w_1^{-2} \cdot w_2^{-1} - \frac{3}{4} \cdot w_1^{-2} \cdot w_2^{-1}$$

b) Das **Gewinnmaximierungsproblem** des Produzenten A_1 lautet:

$$\text{max! } \pi^{A_1} = w_1 \cdot z_1 - C^{A_1} \qquad \text{u. d. N.} \quad C^{A_1} = 2 \cdot z_1$$

bzw. nach Einsetzen:

$$\text{max! } \pi^{A_1} = w_1 \cdot z_1 - 2 \cdot z_1$$

Die **notwendige Bedingung** lautet:

(6) $\frac{d\pi^{A_1}}{dz_1} = w_1 - 2 \overset{!}{=} 0$ bzw. (6a) $w_1 = 2$

Standardergebnis bei vollständiger Konkurrenz: Der Marktpreis entspricht den Grenzkosten.

Das **Gewinnmaximierungsproblem** des Produzenten A_2 lautet:

$$\text{max! } \pi^{A_2} = w_2 \cdot z_2 - C^{A_2} \qquad \text{u. d. N.} \quad C^{A_2} = 2 \cdot z_2 \qquad z_2 = \frac{1}{4} \cdot w_1^{-2} \cdot w_2^{-2} \quad w_1 = 2$$

bzw. nach Einsetzen:

$$\text{max! } \pi^{A_2} = \frac{1}{16} \cdot w_2^{-1} - \frac{1}{8} \cdot w_2^{-2}$$

$$\pi^{A_2} = w_2 \cdot z_2 - C^{A_2} \quad \text{bzw.} \quad \pi^{A_2} = w_2 \cdot z_2 - 2 \cdot z_2 \quad \text{bzw.} \quad \pi^{A_2} = (w_2 - 2) \cdot z_2 \quad \text{bzw.}$$

$$\pi^{A_2} = (w_2 - 2) \cdot \frac{1}{4} \cdot w_1^{-2} \cdot w_2^{-2} \quad \text{bzw.} \quad \pi^{A_2} = (w_2 - 2) \cdot \frac{1}{16} \cdot w_2^{-2}$$

Die **notwendige Bedingung** lautet:

$$(7)\ \frac{d\pi^{A_2}}{dw_2} = -\frac{1}{16} \cdot w_2^{-2} + \frac{1}{4} \cdot w_2^{-3} \overset{!}{=} 0 \qquad \text{bzw.} \qquad (7a)\ w_2 = 4$$

$$-\frac{1}{16} \cdot w_2^{-2} + \frac{1}{4} \cdot w_2^{-3} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{4} \cdot w_2^{-3} = \frac{1}{16} \cdot w_2^{-2} \quad \text{bzw.} \quad w_2^{-3} = \frac{1}{4} \cdot w_2^{-2}$$

Einsetzen von (8a) und (7a) in (3) und (4) bringt die **gleichgewichtigen Mengen**:

$$(8)\ z_2 = \frac{1}{4} \cdot w_1^{-2} \cdot w_2^{-2} = \frac{1}{4} \cdot 2^{-2} \cdot 4^{-2} = \frac{1}{256}$$

$$(9)\ z_1 = \frac{1}{2} \cdot w_1^{-3} \cdot w_2^{-1} = \frac{1}{2} \cdot 2^{-3} \cdot 4^{-1} = \frac{1}{64}$$

Einsetzen von (6a), (7a), (8) und (9) in die Gewinnfunktionen bringt die gleichgewichtigen Gewinne:

$$(10)\ \pi^B = \frac{1}{4} \cdot w_1^{-2} \cdot w_2^{-1} = \frac{1}{4} \cdot 2^{-2} \cdot 4^{-1} = \frac{1}{64}$$

$$(11)\ \pi^{A_1} = w_1 \cdot z_1 - 2 \cdot z_1 = 2 \cdot z_1 - 2 \cdot z_1 = 0$$

$$(12)\ \pi^{A_2} = \frac{1}{16} \cdot w_2^{-1} - \frac{1}{8} \cdot w_2^{-2} = \frac{1}{16} \cdot 4^{-1} - \frac{1}{8} \cdot 4^{-2} = \frac{1}{64} - \frac{1}{128} = \frac{1}{128}$$

Für den Industriegewinn folgt (10) bis (12):

$$(13)\ \pi^{ges} = \pi^B + \pi^{A_1} + \pi^{A_2} = \frac{1}{64} + 0 + \frac{1}{128} = \frac{3}{128}$$

Seite 163 [im Kasten, vorletzte Zeile]

. . . in (iii) auf 10.000.000 . . .