Seite 10 (unten) Die Aufgabe **c)** ist wie folgt zu lösen:

c) Es handelt sich um das (statische) **Launhardt–Hotelling–Modell** mit Preiswettbewerb bei heterogenen Gütern.

Üblicherweise werden in Klausuren **Launhardt–Hotelling–Modelle** mit Hilfe zweier Nachfragefunktionen dargestellt (vgl. Klausuren 9–16, 9–15, 9–12 und 9–10), die jeweils in Abhängigkeit beider Marktpreise formuliert sind: $X_i = X_i(P_i, P_j)$ und $X_j = X_j(P_i, P_j)$, während das **Cournot–Modell** für **heterogene** Güter in der Kurseinheit (Abschnitt 1.2.2) mit Hilfe von Preis–Absatz–Funktionen (inversen Nachfragefunktionen) der Form $P_i = P_i(X_i, X_j)$ vorgestellt wird. Gleichwohl ist hier ein **Launhardt–Hotelling–Modell** unterstellt, wie die Musterlösung der gleich lautenden Einsendearbeit vom Sommersemester 2019 vorgibt!

Im Launhardt–Hotelling–Modell werden heterogene Güter, formal: **Substitute** angenommen: $\frac{\partial X_i}{\partial P_j}, \frac{\partial X_j}{\partial P_i} > 0$. Es existieren unterschiedliche Nachfragefunktionen für jeden Oligopolisten, wobei die Nachfrage jeweils stärker auf eigene Preisänderungen als auf Preisänderungen von Substituten reagiert: $\left|\frac{\partial X_I}{\partial P_D}\right| > \frac{\partial X_D}{\partial P_I}$ sowie $\left|\frac{\partial X_I}{\partial P_I}\right| > \frac{\partial X_I}{\partial P_D}$ bzw. $\left|\frac{\partial X_D}{\partial P_D}\right| > \frac{\partial X_D}{\partial P_I}$. Für die Lösung müssen hier erst die Nachfragefunktionen aus den gegebenen Preis–Absatz–Funktionen ermittelt werden.

Umstellen der P_I – Funktion nach X_I:

(17) $X_I = 6.000 - \frac{3}{2} \cdot X_D - \frac{5}{2} \cdot P_I$

$$P_I = 2.400 - \frac{2}{5} \cdot X_I - \frac{3}{5} \cdot X_D \quad \text{bzw.} \quad \frac{2}{5} \cdot X_I = 2.400 - \frac{3}{5} \cdot X_D - P_I$$

Umstellen der P_D – Funktion nach X_I:

(18) $X_I = 11.500 - 4 \cdot X_D - 5 \cdot P_D$

$$P_D = 2.300 - \frac{4}{5} \cdot X_D - \frac{1}{5} \cdot X_I \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{5} \cdot X_I = 2.300 - \frac{4}{5} \cdot X_D - P_D$$

Gleichsetzen von (17) und (18) bringt die Nachfragefunktion nach X_D:

(19) $X_D = 2.200 - 2 \cdot P_D + P_I$

$$6.000 - \frac{3}{2} \cdot X_D - \frac{5}{2} \cdot P_I = 11.500 - 4 \cdot X_D - 5 \cdot P_D \quad \text{bzw.} \quad \frac{5}{2} \cdot X_D = 5.500 - 5 \cdot P_D + \frac{5}{2} \cdot P_I$$

Einsetzen von (19) in (18) bringt die Nachfragefunktion nach X_I:

(20) $X_I = 2.700 + 3 \cdot P_D - 4 \cdot P_I$

$X_I = 11.500 - 4 \cdot X_D - 5 \cdot P_D$ bzw. $X_I = 11.500 - 4 \cdot (2.200 - 2 \cdot P_D + P_I) - 5 \cdot P_D$ bzw.

$X_I = 11.500 - 8.800 + 8 \cdot P_D - 4 \cdot P_I - 5 \cdot P_D$

Das **Gewinnmaximierungsproblem** des Produzenten *I* lautet mit (20):

max! $G_I = P_I \cdot X_I - K_I$ u. d. N. $K_I = 250 \cdot X_I$ und $X_I = 2.700 + 3 \cdot P_D - 4 \cdot P_I$

bzw. nach Einsetzen:

max! $G_I = P_I \cdot X_I - 250 \cdot X_I = (P_I - 250) \cdot X_I = (P_I - 250) \cdot (2.700 + 3 \cdot P_D - 4 \cdot P_I)$

Die **notwendige Bedingung** für ein Gewinnmaximum lautet:

(21) $\frac{dG_I}{dP_I} = 3.700 + 3 \cdot P_D - 8 \cdot P_I \overset{!}{=} 0$

$\frac{dG_I}{dP_I} = 2.700 + 3 \cdot P_D - 4 \cdot P_I - 4 \cdot (P_I - 250) = 2.700 + 3 \cdot P_D - 4 \cdot P_I - 4 \cdot P_I + 1.000$

Die **hinreichende Bedingung** ist erfüllt:

(22) $\frac{d^2 G_I}{dP_I^2} = -8 < 0$

Umformung von (21) ergibt die **Reaktionsfunktion** des Anbieters *I*:

(23) $P_I = \frac{925}{2} + \frac{3}{8} \cdot P_D$

$3.700 + 3 \cdot P_D - 8 \cdot P_I = 0$ bzw. $3.700 + 3 \cdot P_D = 8 \cdot P_I$

Das **Gewinnmaximierungsproblem** des Produzenten *D* lautet mit (19):

max! $G_D = P_D \cdot X_D - K_D$ u. d. N. $K_D = 300 \cdot X_D$ und $X_D = 2.200 - 2 \cdot P_D + P_I$

bzw. nach Einsetzen:

max! $G_D = P_D \cdot X_D - 300 \cdot X_D = (P_D - 300) \cdot X_D = (P_D - 300) \cdot (2.200 - 2 \cdot P_D + P_I)$

Die **notwendige Bedingung** für ein Gewinnmaximum lautet:

(24) $\frac{dG_D}{dP_D} = 2.800 - 4 \cdot P_D + P_I \overset{!}{=} 0$

$$\frac{dG_D}{dP_D} = (2.200 - 2 \cdot P_D + P_I) - 2 \cdot (P_D - 300) = (2.200 - 2 \cdot P_D + P_I) - 2 \cdot P_D + 600$$

Die **hinreichende Bedingung** ist erfüllt:

(25) $\frac{d^2 G_D}{dP_D^2} = -4 < 0$

Umformung von (24) ergibt die **Reaktionsfunktion** des Anbieters *D*:

(26) $P_D = 700 + \frac{1}{4} \cdot P_I$

Einsetzen von (23) in (26) bringt P_D im **Gleichgewicht**:

(27) $P_D = 900$

$$P_D = 700 + \frac{1}{4} \cdot P_I \quad \text{bzw.} \quad P_D = 700 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{925}{2} + \frac{3}{8} \cdot P_D \right) = 700 + \frac{925}{8} + \frac{3}{32} \cdot P_D \quad \text{bzw.}$$

$$\frac{29}{32} \cdot P_D = \frac{6.525}{8}$$

Einsetzen von (27) in (23) bringt P_i im **Gleichgewicht**:

(28) $P_I = 800$

$$P_I = \frac{925}{2} + \frac{3}{8} \cdot P_D \quad \text{bzw.} \quad P_I = \frac{925}{2} + \frac{3}{8} \cdot 900$$