Seiten 122 ff. In der Lösung zur Aufgabe **14 c)** ist im Optimierungsansatz leider $s = 2 \cdot (t_1 + t_2)$ statt $s = 2 \cdot (t_1 - t_2)$ eingesetzt worden. Dadurch werden die Lösungen falsch. Am besten, Sie tauschen die gesamte Lösung 14 c) aus durch:

c) Land 1 löst das **Optimierungsproblem**:

$$\max\ T_1 = t_1 \cdot [Y_1(k_1) - s - \gamma \cdot r \cdot k_1] \quad \text{u. d. N.} \quad Y_1 = 2 \cdot k_1^{0,5} \qquad k_1 = \frac{(1-t_1)^2}{(1-\gamma \cdot t_1)^2 \cdot r^2}$$

$$s = 2 \cdot (t_1 - t_2) \qquad \gamma = 0$$

bzw. nach Einsetzen:

$$\max\ T_1 = t_1 \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{2}{r} \cdot t_1 - 2 \cdot (t_1 - t_2)\right)$$

Einsetzen von $\gamma = 0$ in $k_1 = \frac{(1-t_1)^2}{(1-\gamma \cdot t_1)^2 \cdot r^2}$ bringt $k_1 = \frac{(1-t_1)^2}{r^2}$.

Einsetzen von $k_1 = \frac{(1-t_1)^2}{r^2}$ in $Y_1 = 2 \cdot k_1^{0,5}$ bringt $Y_1 = 2 \cdot \frac{1-t_1}{r} = \frac{2}{r} - \frac{2}{r} \cdot t_1$.

Die **notwendige Bedingung** lautet:

$$(7)\quad \frac{dT_1}{dt_1} = \left(\frac{2}{r} - \frac{2}{r} \cdot t_1 - 2 \cdot (t_1 - t_2)\right) - \left(\frac{2}{r} + 2\right) \cdot t_1 \overset{!}{=} 0 \qquad \text{bzw.} \qquad (7a)\quad t_1 = \frac{0,5}{1+r} + \frac{0,5 \cdot r}{1+r} \cdot t_2$$

$\left(\frac{2}{r} - \frac{2}{r} \cdot t_1 - 2 \cdot (t_1 - t_2)\right) - \left(\frac{2}{r} + 2\right) \cdot t_1 = 0$ bzw. $\frac{2}{r} - \frac{4}{r} \cdot t_1 - 4 \cdot t_1 + 2 \cdot t_2 = 0$ bzw.

$\frac{2}{r} + 2 \cdot t_2 = \frac{4}{r} \cdot t_1 + 4 \cdot t_1$ bzw. $\frac{2}{r} + 2 \cdot t_2 = \left(\frac{1}{r} + 1\right) \cdot 4 \cdot t_1$ bzw. $\frac{2}{r} + 2 \cdot t_2 = \frac{1+r}{r} \cdot 4 \cdot t_1$

bzw. $\frac{0,5}{r} + 0,5 \cdot t_2 = \frac{1+r}{r} \cdot t_1$ bzw. $0,5 + 0,5 \cdot r \cdot t_2 = (1+r) \cdot t_1$

An (7) lässt sich bereits erkennen, dass das Nash–Gleichgewicht nicht optimal ist. *Formal*: Gegenüber (3a) fehlt die Ableitung $\frac{\partial T_2}{\partial t_1} = t_2 \cdot \frac{\partial s}{\partial t_1} = 2 \cdot t_2$. *Ökonomisch*: Land 1 berücksichtigt nicht, dass die Steuersatzerhöhung im eigenen Land über die Gewinnverschiebung auch eine Auswirkung auf den steuerlichen Gewinn in Land 2 hat und somit auf den steuerlichen Gewinn in Land 1 rückwirkt.

Land 2 löst das **Optimierungsproblem**:

$$\max\ T_2 = t_2 \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{2}{r} \cdot t_2 + 2 \cdot (t_1 - t_2) \right)$$

Analogie zu Land 1 mit der Ausnahme: In der Gewinnfunktion wird die Gewinnverlagerung $s = 2 \cdot (t_1 - t_2)$ addiert statt subtrahiert.

Die **notwendige Bedingung** lautet:

$$\text{(8)}\quad \frac{dT_2}{dt_2} = \left(\frac{2}{r} - \frac{2}{r} \cdot t_2 + 2 \cdot (t_1 - t_2) \right) - \left(\frac{2}{r} + 2 \right) \cdot t_2 \overset{!}{=} 0 \qquad \text{bzw.} \qquad \text{(8a)}\quad t_2 = \frac{0{,}5}{1+r} + \frac{0{,}5 \cdot r}{1+r} \cdot t_1$$

$$\left(\frac{2}{r} - \frac{2}{r} \cdot t_2 + 2 \cdot (t_1 - t_2) \right) - \left(\frac{2}{r} + 2 \right) \cdot t_2 = 0 \qquad \text{bzw.} \qquad \frac{2}{r} - \frac{4}{r} \cdot t_2 + 2 \cdot t_1 - 4 \cdot t_2 = 0 \qquad \text{bzw.}$$

$$\frac{2}{r} + 2 \cdot t_1 = \frac{4}{r} \cdot t_2 + 4 \cdot t_2 \quad \text{bzw.} \quad \frac{2}{r} + 2 \cdot t_1 = \left(\frac{1}{r} + 1 \right) \cdot 4 \cdot t_2 \quad \text{bzw.} \quad \frac{0{,}5}{r} + 0{,}5 \cdot t_1 = \frac{1+r}{r} \cdot t_2$$

(7a) und (8a) sind die **Reaktionsfunktionen** der Länder 1 und 2. Im Nash–Gleichgewicht (*NG*) sind (7a) und (8a) simultan erfüllt. Einsetzen von (7a) in (8a) bringt:

$$\text{(9)}\quad t_2^{NG} = \frac{0{,}5 + 0{,}75 \cdot r}{(1+r)^2 - 0{,}25 \cdot r^2}$$

$$t_2 = \frac{0{,}5}{1+r} + \frac{0{,}5 \cdot r}{1+r} \cdot t_1 \qquad \text{bzw.} \qquad t_2 = \frac{0{,}5}{1+r} + \frac{0{,}5 \cdot r}{1+r} \cdot \left(\frac{0{,}5}{1+r} + \frac{0{,}5 \cdot r}{1+r} \cdot t_2 \right) \qquad \text{bzw.}$$

$$t_2 = \frac{0{,}5}{1+r} + \frac{0{,}25 \cdot r}{(1+r)^2} + \frac{0{,}25 \cdot r^2}{(1+r)^2} \cdot t_2 \qquad \text{bzw.} \qquad \left(1 - \frac{0{,}25 \cdot r^2}{(1+r)^2} \right) \cdot t_2 = \frac{0{,}5 \cdot (1+r)}{(1+r)^2} + \frac{0{,}25 \cdot r}{(1+r)^2} \qquad \text{bzw.}$$

$$\left(\frac{(1+r)^2 - 0{,}25 \cdot r^2}{(1+r)^2} \right) \cdot t_2 = \frac{0{,}5 + 0{,}75 \cdot r}{(1+r)^2} \qquad \text{bzw.} \qquad [(1+r)^2 - 0{,}25 \cdot r^2] \cdot t_2 = 0{,}5 + 0{,}75 \cdot r$$

Einsetzen von (9) in (7a) bringt:

$$\text{(10)}\quad t_1^{NG} = \frac{0{,}5}{1+r} + \frac{0{,}5 \cdot r}{1+r} \cdot \frac{0{,}5 + 0{,}75 \cdot r}{(1+r)^2 - 0{,}25 \cdot r^2}$$

Versuchen Sie nicht, hier zu „vereinfachen“.

Einsetzen von $r = 0{,}25$ in (9) und (10) bringt die **Steuersätze** im **Nash–Gleichgewicht**:

(11) $t_1^{NG} = \frac{0{,}5}{1+r} + \frac{0{,}5 \cdot r}{1+r} \cdot \frac{0{,}5 + 0{,}75 \cdot r}{1 + 2 \cdot r + 0{,}75 \cdot r^2} \approx 0{,}\overline{4}$

(12) $t_2^{NG} = \frac{0{,}5 + 0{,}75 \cdot r}{1 + 2 \cdot r + 0{,}75 \cdot r^2} \approx 0{,}\overline{4}$

Die **gleichgewichtigen Steuersätze** sind wegen (5) und (6) **nicht optimal**:

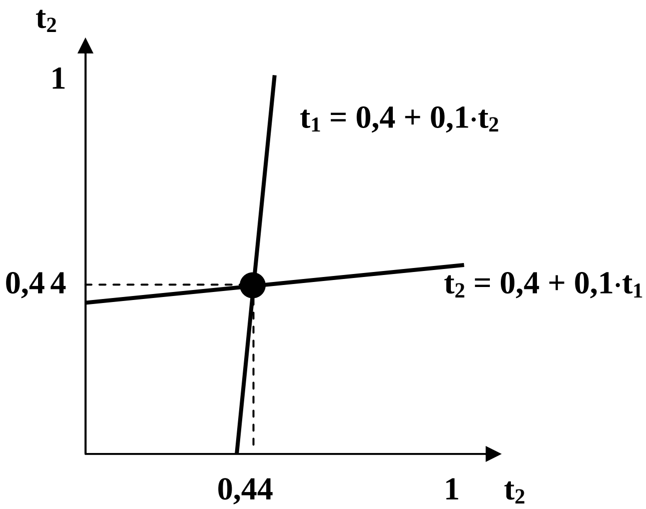
(13) $t_1^{NG} = t_2^{NG} < t_1^{opt} = t_2^{opt}$

Dieses Ergebnis gilt für beliebige Werte von *r*.

Einsetzen von (5) und (6) bzw. (11) und (12) in (2a) bringt für die optimale bzw. gleichgewichtige **Gewinnverlagerung**:

(18) $s^{opt} = 2 \cdot (t_1^{opt} - t_2^{opt}) = 2 \cdot (0{,}5 - 0{,}5) = 0$

(19) $s^{NG} = 2 \cdot (t_1^{NG} - t_2^{NG}) \approx 2 \cdot (0{,}\overline{4} + 0{,}\overline{4}) = 0$



Einsetzen von $r = 0{,}25$ in (7a) und (8a) bringt:

$$t_1 = \frac{0{,}5}{1+r} + \frac{0{,}5 \cdot r}{1+r} \cdot t_2 = \frac{0{,}5}{1{,}25} + \frac{0{,}5 \cdot 0{,}25}{1{,}25} \cdot t_2 = 0{,}4 + 0{,}1 \cdot t_2$$

$$t_2 = \frac{0{,}5}{1+r} + \frac{0{,}5 \cdot r}{1+r} \cdot t_1 = 0{,}4 + 0{,}1 \cdot t_1$$

Umstellen der Reaktionsfunktion 1 für den Eintrag in das $t_2 - t_1 -$Diagramm:

$t_1 = 0{,}4 + 0{,}1 \cdot t_2$ bzw. $10 \cdot t_1 = 4 + t_2$ bzw. $t_2 = -4 + 10 \cdot t_1$