2 Haushaltstheorie

2.1 Einführung

Die mikroökonomische Haushaltstheorie beschäftigt sich mit den wirtschaftlichen Entscheidungen privater Haushalte. Der Endzweck allen wirtschaftlichen Handelns – die Befriedigung unserer (materiellen) Bedürfnisse – vollzieht sich im Haushalt. Abhängig von ihren individuellen Präferenzen **konsumieren** die Haushalte Güter,[1] um diese Bedürfnisse zu befriedigen. Dabei geht man davon aus, dass die Haushalte eine **Präferenzordnung** (Rangfolge der Wünschbarkeit verschiedener Güterkombinationen) besitzen, die sich durch eine Nutzenfunktion abbilden lässt. Ferner wird angenommen, dass der Haushalt seine Bedürfnisbefriedigung, also seinen durch den Güterverbrauch gestifteten Nutzen zu maximieren trachtet. Hinsichtlich dieses **Nutzenmaximierungskalküls** steht der Haushalt vor folgenden Entscheidungssituationen:

- <u>**Nachfrageentscheidung**</u>

  Mit seinem pro Periode erzielten (verfügbaren) Einkommen fragt der Haushalt auf den **Konsumgütermärkten** Güter nach. Dabei richtet sich – abhängig von den Konsumgüterpreisen – seine Mengendisposition danach, welches Güterbündel ihm den größten Nutzen stiftet. Ziel der Analyse nutzenmaximaler Konsumentscheidungen ist die Ableitung **individueller Nachfragefunktionen**. Dabei steht der Zusammenhang von Nachfrage und Güterpreisen (Preiselastizität) bzw. von Nachfrage und Einkommen (Einkommenselastizität) im Mittelpunkt.

- <u>**Angebotsentscheidung**</u>

  Auf den (Produktions–) **Faktormärkten** bietet der Haushalt Arbeit und Kapital an. Dabei entscheidet der Haushalt vor allem über die Aufteilung seiner ihm pro Periode zur Verfügung stehenden Zeit auf Arbeitszeit und Freizeit. Bestimmungsgröße dieser Arbeitsangebotsentscheidung ist u. a. der Lohnsatz. Ziel dieser Analyse ist die Ableitung einer **individuellen Arbeitsangebotsfunktion**.[2]

Über das verfügbare Einkommen sind Angebots– und Nachfragemengen des Haushalt stets wechselseitig voneinander abhängig. Bei allen Entscheidungen unterstellt die Haushaltstheorie **rationales Verhalten** des Haushaltes (konsistentes Verhalten). Haushalte sind stets Mengenanpasser, d. h. individuelles Nachfrage– bzw. Angebotsverhalten hat keinen Einfluss auf die Güter– bzw. Faktormarktpreise.[3] Nachfolgend wird das Konzept der Nutzenmaximierung am Beispiel des Nachfrageverhaltens eines (repräsentativen) Haushalts ausführlicher, sowie am Beispiel des Angebotsverhaltens kurz zusammengefasst, wobei wie üblich (schon aus Gründen der grafischen Darstellbarkeit) stets auf den **Zwei–Güter–Fall** abgestellt ist.

2.2 Präferenzordnung

Annahmen bzw. Eigenschaften der Präferenzordnung eines (jeden) Haushalts sind:

A Vollständigkeit

Der Haushalt ist in der Lage, alle denkbaren Güterbündel im $x_2 - x_1$– Güterraum zu bewerten und miteinander zu vergleichen. Es gilt für beliebige Güterbündel $A(x_1^A, x_2^A), B(x_1^B, x_2^B)$:

$A \succ B$ (Güterbündel *A* wird höher bewertet als Güterbündel *B*)

oder $A \prec B$ (*A* wird niedriger bewertet als *B*)

oder $A \sim B$ (*A* und *B* werden gleich bewertet.)

---

[1] Waren (materielle Güter) und Dienstleistungen (immaterielle Güter)

[2] Der Kapitalangebotsentscheidung liegt das sog. intertemporale Nutzenmaximierungsproblem zu Grunde: Die Aufteilung des Einkommens auf Konsum und Ersparnis (= Kapitalbildung = zukünftiger Konsum).

[3] Stellen Sie sich also vor, ein Haushalt agiere nur auf Märkten unter vollständiger Konkurrenz.

B Transitivität

Die Rangfolge der Güterbündel muss widerspruchsfrei, konsistent sein. Wenn Güterbündel *A* höher eingeschätzt wird als *B*, und dieses höher als Güterbündel *C*, dann muss das Güterbündel *A* auch höher eingeschätzt werden als *C*. Für beliebige Güterbündel *A*, *B* und *C* gilt:

Wenn $A \succ B$ und $B \succ C$, dann $A \succ C$.

C Reflexivität

Für zwei identische Güterbündel *A* und *B* mit $A = B$ gilt: $A \sim B$

D Stetigkeit

Beim Vergleich von Güterbündeln gibt es keine sprunghaften, sondern eben stetige Höherbewertungen. Für beliebige Güterbündel *A*, *B*, *C* und *D* gilt:

Wenn $A \succ B$ und $C \succ A$, dann gibt es entlang der Verbindungslinie von *B* und *C* ein Güterbündel *D* mit $D \sim A$.

Wenn die Präferenzordnung die ersten vier Eigenschaften aufweist, lässt sie sich mit einer – mathematisch formulierten – Nutzenfunktion *U* beschreiben: Aus $A \succ B$ folgt nämlich $U(A) > U(B)$!

E Nichtsättigung

Der Haushalt zieht stets ein Güterbündel *A* einem Güterbündel *B* vor, wenn *A* von mindestens einem Gut eine größere Menge als *B* enthält, aber von keinem Gut eine geringere Menge als *B*. ("Mehr ist besser.")

F Strenge Konvexität

Ein Haushalt zieht Güterbündel vor, die aus zwei indifferenten Güterbündeln gemischt sind. Für beliebige Güterbündel *A*, *B* und *C* gilt:

Wenn $A \sim B$, dann gilt für jedes Güterbündel *C* entlang der Verbindungslinie von *A* und *B*: $C \succ A, B$.

formal: $C = [\alpha \cdot A + (1-\alpha) \cdot B] \succ A, B$ mit $A \neq B$ und $0 < \alpha < 1$

Mit Hilfe der binären Ordnungsrelation „ ? “ – „nicht schlechter als“ – lassen sich die Eigenschaften der Präferenzordnung auch wie folgt darstellen:

Vollständigkeit: Für je zwei Güterbündel *A* und *B* gilt entweder *A* ? *B* oder *B* ? *A*.

Transitivität: Für je drei Güterbündel *A*, *B*, *C* gilt: Aus *A* ? *B* und *B* ? *C* folgt *A* ? *C*.

Reflexivität: Für jedes *A* gilt *A* ? *A*.

Stetigkeit: siehe oben.

Nichtsättigung: Aus $A \geq B$[4] folgt *A* ? *B*.

Strenge Konvexität: siehe oben.

[4] Das Güterbündel *A* enthält von mindestens einem Gut mehr als das Güterbündel *B*.

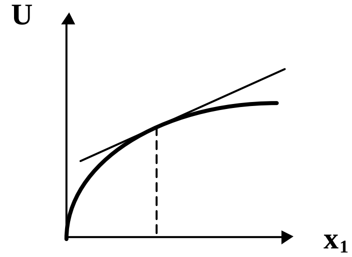
2.3 Nutzenfunktion und Indifferenzkurven

Eine Nutzenfunktion $U = U(x_1, x_2)$ ist die formalisierte Darstellung der Präferenzen eines Haushalts, sie stellt einen Zusammenhang her zwischen dem Nutzenniveau und der Mengenkombination der Güter 1 und 2. In der ordinalen Nutzentheorie – um die es im Kurs geht – werden 5 Annahmen getroffen, damit die Nutzenfunktion in der mikroökonomischen Analyse verwendet werden kann. Ausgangspunkt einer solchen Nutzenfunktion ist die obige Präferenzordnung mit den genannten Eigenschaften. Wie Sie gleich sehen werden, besteht ein enger Zusammenhang zwischen den Annahmen für eine Nutzenfunktion und die Präferenzordnung:

Der Grenznutzen ist stets positiv (Nichtsättigung)

ökonomisch: Mit zunehmendem Konsum eines Gutes nimmt auch der Nutzen zu. Der Grenznutzen ist der Nutzen, den eine weitere (infinitesimal kleine) Gütereinheit zusätzlich stiftet.

grafisch:



Die Steigung der Tangente an der Nutzenfunktion im $U - x_1$ – Diagramm ist positiv!

formal: Die erste partielle Ableitung der Nutzenfunktion ist also größer Null. $\frac{\partial U}{\partial x_1} = U_1 > 0$.[5]

Der Grenznutzen nimmt mit zunehmender Gütermenge ab

ökonomisch: Der Nutzenzuwachs, den eine zusätzliche Gütereinheit stiftet, ist um so geringer, je größer die verbrauchte Gütermenge bereits ist. Diese Annahme wird auch als **Gesetz vom abnehmenden Grenznutzen** oder als **1. GOSSENsches Gesetz** bezeichnet.

grafisch: Die Kurve der Nutzenfunktion ist streng **konkav**, also zur x_1 – Achse gestaucht. (*siehe oben*)

formal: Die zweite (partielle) Ableitung der Nutzenfunktion ist also kleiner Null. $\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} = U_{11} < 0$.

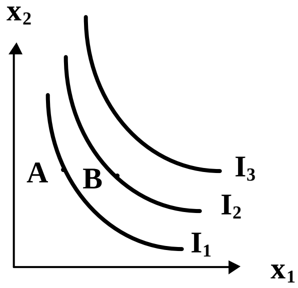
Ordinale Vergleichbarkeit und **Konsistenz** (Vollständigkeit, Transitivität und Stetigkeit)

ökonomisch: Der Haushalt ist in der Lage, ein Güterbündel einem anderen vorzuziehen oder beide gleich zu bewerten. Die Rangfolge der Güterbündel muss dabei widerspruchsfrei sein.

grafisch: Die obige Annahmen können mit Hilfe von Indifferenzkurven illsutriert werden. Eine **Indifferenzkurve** ist der geometrische Ort aller Güterbündel (im Güterraum) , die einem Haushalt denselben Nutzen stiften bzw. denen gegenüber ein Haushalt indifferent ist.

---

[5] Es handelt sich um unterschiedliche Schreibweisen für die Ableitung! An der Notation $\frac{\partial U}{\partial x_1}$ können Sie aber vermutlich besser erkennen, dass die Ableitung besagt, um wie viele Einheiten sich der Nutzen ändert (∂U), wenn der Verbrauch des Gutes x_1 um eine (infinitesimal kleine) Einheit steigt (∂x_1).



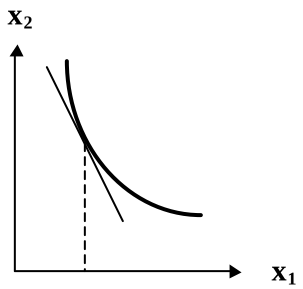
Wenn $I_1(I_2, I_3)$ alle Güterbündel mit dem Nutzenniveau $U_1(U_2, U_3)$ repräsentieren, dann gilt $U_1 < U_2 < U_3$ bzw. $A < B < C$.

<u>Die Grenzrate der Substitution nimmt ab</u> <u>(strenge Konvexität)</u>

Wenn man eine Indifferenzkurve wie in der obigen Grafik von oben nach unten durchläuft, so wird stets von Gut 1 mehr und von Gut 2 weniger konsumiert, ohne dass sich das Nutzenniveau ändert: Gut 2 wird bei konstantem Nutzen durch Gut 1 substituiert.

ökonomisch: Die Grenzrate der Substitution des Gutes 2 durch Gut 1, dx_2 / dx_1, ist genau die Menge von Gut 2, auf die bei einer Erhöhung von Gut 1 um eine (infinitesimal kleine) Einheit verzichtet werden kann, um das Nutzenniveau konstant zu halten. Das **Gesetz von der abnehmenden Grenzrate der Substitution** besagt nun, dass ein Haushalt mit zunehmender Menge von Gut 1 für jede zusätzliche Mengeneinheit von Gut 1 auf eine lediglich immer kleinere Menge von Gut 2 verzichten kann, um seinen Nutzen konstant zu halten. Anders ausgedrückt: Je mehr ein Haushalt bereits von Gut 1 konsumiert, desto geringer ist die Menge von Gut 2, die bei gleichbleibendem Nutzenniveau durch eine zusätzliche Mengeneinheit von Gut 1 substituiert werden kann.

grafisch:



Geometrisch kann die Grenzrate der Substitution als Steigung der Tangente an der Indifferenzkurve gemessen werden. Wenn die Indifferenzkurve (von unten) **streng konvex** verläuft, die beiden Güter also nur unvollkommen substituierbar sind, nimmt Tangentensteigung mit zunehmenden x_1 betragsmäßig(!) ab.

formal: Formal ist die Grenzrate der Substitution die erste Ableitung der nach x_2 aufgelösten Nutzenfunktion (also der *Indifferenzkurvengleichung*) nach x_1. $\Rightarrow \frac{dx_2}{dx_1} < 0.$

Mathematisch kann die Grenzrate der Substitution auch wie folgt hergeleitet werden:

Die Nutzenfunktion wird total differenziert: $dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2$

Wegen $dU = 0$ (Der Nutzen soll ja konstant bleiben!) gilt dann nach Umformung

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} < 0$$

Die Grenzrate der Substitution entspricht also dem negativen umgekehrten Grenznutzenverhältnis!

Bei zunehmenden Konsum von Gut 1 sinkt der Grenznutzen $\partial U / \partial x_1$ (wegen des Gesetzes vom abnehmenden Grenznutzen!), bei abnehmenden Konsum von Gut 2 steigt $\partial U / \partial x_2$ (dito!). Deshalb sinkt bei konstantem Nutzenniveau betragsmäßig die Grenzrate der Substitution bei zunehmenden Konsum von Gut 1.

2.4 Budgetgleichung

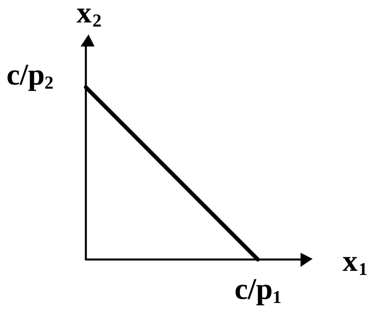
Die durch Nutzenfunktion bzw. Indifferenzkurve beschriebenen Konsumbedürfnisse eines Haushalts können natürlich nur insoweit befriedigt werden, als sie durch das verfügbare Einkommen (= Einkommen minus Ersparnis = Konsumsumme) gedeckt sind.

ökonomisch: Die Summe der Konsumausgaben c entspricht der Summe aus den mit den jeweiligen Preisen p_1 und p_2 bewerteten Gütermengen x_1 und x_2.

Die sog. **Budgetgleichung** [Einnahmen = Ausgaben] lautet also: $c = p_1 x_1 + p_2 x_2$.[6]

Die Gleichung der zur Übertragung in das $x_2 - x_1-$ Diagramm geeigneten **Budgetgeraden** (Steigungsform der Budgetgleichung) lautet $x_2 = \frac{c}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$.

grafisch: Die **Budgetgerade** ist der geometrische Ort aller Güterbündel im Güterraum, die bei gegebener Konsumsumme und bei gegebenen Güterpreisen maximal erreichbar (finanzierbar) sind. Man nennt sie auch **Konsummöglichkeitsgrenze**.



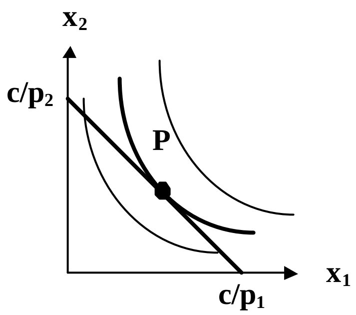
Die Steigung der Budgetgeraden entspricht der ersten Ableitung und ist gleich dem negativen (umgekehrtem) Preisverhältnis: $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{p_1}{p_2}$

2.5 Nutzenmaximum (Haushaltsgleichgewicht)

Ein Haushalt ist mit seinen Konsumplänen im **Gleichgewicht**, wenn er keine Veranlassung hat, diese Pläne zu ändern (weil jede Änderung eine Nutzenminderung bedeuten würde!)

ökonomisch: Ein Haushaltsgleichgewicht oder **Haushaltsoptimum** liegt vor bei einem Güterbündel, bei dessen Verbrauch der Haushalt angesichts gegebener Güterpreise und bei einer gegebenen Konsumsumme den **höchsten Nutzen** realisieren kann.

grafisch: Grafisch ist das Haushaltsoptimum im Tangentialpunkt **P** von Budgetgerade und (maximal erreichbarer) Indifferenzkurve gegeben.



In Punkt **P** stimmen die Steigungen von Indifferenzkurve und Budgetgerade überein. Es gilt also:

$$\left(-\frac{dx_2}{dx_1} = \right)\frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

Die Grenzrate der Substitution entspricht dem negativen umgekehrten Güterpreisverhältnis: **Grenznutzenverhältnis gleich Preisverhältnis**!

---

[6] Die Budget**restriktion**, $c \geq p_1 x_1 + p_2 x_2$, schließt die Möglichkeit ein, dass die geplante Konnsumsumme durch die tatsächlichen Konsumausgaben nicht ausgeschöpft wird.

formal: Das Haushaltsgleichgewichts kann formal–mathematisch durch die Optimierung (hier: Maximierung) einer **Zielfunktion**, nämlich der Nutzenfunktion $U = U(x_1, x_2)$, unter einer **Nebenbedingung**, nämlich der Budgetgleichung $c = p_1x_1 + p_2x_2$, gewonnen werden.

Üblicherweise erfolgt die Berechnung über die Maximierung der entsprechenden **Lagrange–Funktion**:

(1) max! $L(x_1, x_2, \lambda) = U(x_1, x_2) + \lambda(c - p_1x_1 - p_2x_2)$

Nullsetzen der drei partiellen Ableitungen (= **notwendige Bedingungen** für ein Maximum!):

(2) $\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial U}{\partial x_1} - \lambda p_1 \overset{!}{=} 0$ (3) $\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial U}{\partial x_2} - \lambda p_2 \overset{!}{=} 0$ (4) $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = c - p_1x_1 - p_2x_2 \overset{!}{=} 0$

Division der Gleichungen (2) und (3) ergibt

(5) $\frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}$

Im Haushaltsgleichgewicht gilt:

Grenznutzenverhältnis gleich Preisverhältnis!

Nach Umformung ergibt sich das **2. GOSSENsche Gesetz:**

(6) $\frac{\partial U / \partial x_1}{p_1} = \frac{\partial U / \partial x_2}{p_2}$

Dieses Gesetz besagt, dass im Haushaltsoptimum die mit den jeweiligen Preisen gewogenen Grenznutzen der Güter übereinstimmen. Anders ausgedrückt: Im Nutzenmaximum stiftet die letzte für jedes Gut ausgegebene Geldeinheit den gleichen Grenznutzen.

Wegen $\frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} = -\frac{dx_2}{dx_1}$ (siehe oben: Grenzrate der Substitution) gilt dann auch

(7) $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{p_1}{p_2}$

Im Haushaltsgleichgewicht gilt:

Grenzrate der Substitution gleich negatives umgekehrtes Preisverhältnis!

Machen Sie sich anhand der Ungleichungen $\frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} > \frac{p_1}{p_2}$ bzw. $\frac{\partial U / \partial x_1}{p_1} > \frac{\partial U / \partial x_2}{p_2}$ noch einmal die Bedeutung der obigen Gleichgewichtsbedingung klar: Wenn $\frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} > \frac{p_1}{p_2}$ gilt, ist der Haushalt bereit, für eine zusätzliche Einheit des ersten Gutes auf mehr Einheiten des Gutes 2 zu verzichten, als er angesichts der herrschende Güterpreise verzichten muss! *Alternativ*: Wenn $\frac{\partial U / \partial x_1}{p_1} > \frac{\partial U / \partial x_2}{p_2}$ gilt, stiftet die Ausgabe der letzten Geldeinheit für Einheiten des Gutes 1 einen höheren Zusatznutzen als für Einheiten des Gutes 2. In diesem Fall ist die nutzenmaximale Güterkombination noch nicht erreicht, weil noch ein Nutzengewinn durch die Substituierung des Gutes 2 durch das Gut 1 möglich ist!

2.6 Nachfragefunktionen

Die individuelle Nachfragefunktion eines Haushalts gibt an, welche Menge an Gut 1 oder Gut 2 der nutzenmaximierende Haushalt bei alternativen Preisen für die Güter 1 und 2 und bei alternativen Einkommen *y* (= Konsumsumme *c*, wenn die Ersparnis vernachlässigt wird) jeweils nachfragen wird. Die obigen Annahmen gegebener Preise und gegebenen Einkommens werden also aufgegeben:

$$x_1 = x_1(p_1, p_2, y) \quad \text{bzw.} \quad x_2 = x_2(p_1, p_2, y) \qquad \text{mit} \qquad y = p_1x_1 + p_2x_2$$

Nachfragefunktionen sind *homogen vom Grade Null* in den Preisen und dem Einkommen. D. h. die Güternachfrage ändert sich nicht, wenn Preise und Einkommen um denselben Prozentsatz steigen oder fallen. Die Budgetgerade würde ihre Lage in diesem Fall nicht ändern. Wie die nachgefragte Gütermenge sich mit p_1 oder p_2 oder *y* ceteris paribus ändert, wird durch die (direkte) **Preiselastizität**, die indirekte oder **Kreuz–Preis–Elastizität** sowie die **Einkommenselastizität** bestimmt.

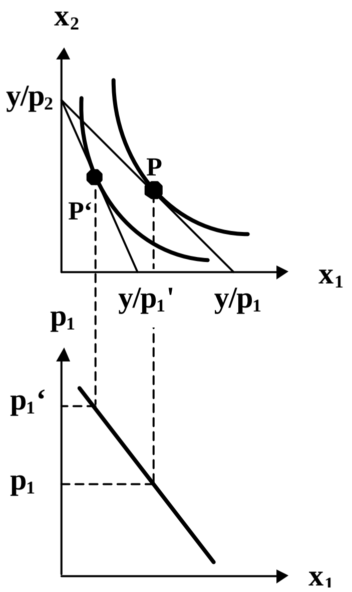
Konkrete Nachfragefunktionen lassen sich aus der Bedingung für ein Nutzenmaximum und der Budgetgleichung übrigens nur dann berechnen, wenn eine spezifizierte Nutzenfunktion vorliegt (siehe Rechenbeispiel am Ende dieses Abschnitts!).

Direkte Preiselastizität

Mit Hilfe der Preiselastizität $E(x_1, p_1)$ [*oder auch*: ε_{x_1,p_1}] kann die Nachfrage nach Gut 1 in Abhängigkeit von p_1 bei unverändertem *y* und unverändertem p_2 analysiert werden.

ökonomisch: Eine Preiserhöhung schränkt die Konsummöglichkeiten eines Haushalts ein. Die direkte Preiselastizität $E(x_1, p_1)$ gibt an, um wieviel Prozent sich die nachgefragte Gütermenge x_1 verändert, wenn sich der Preis p_1 um 1 Prozent ändert. Die Preiselastizität ist also das **Verhältnis von relativer Nachfrageänderung und relativer Preisänderung**.

grafisch:



Wenn der Preis für Gut 1 von p_1 auf p_1' steigt, dreht sich die Budgetgerade im Uhrzeigersinn um den Punkt y/p_2. Jedem Preis für Gut 1 ist eine Budgetgerade zugeordnet, die wiederum genau einen Tangentialpunkt mit einer Indifferenzkurve aufweist. In diesem Fall handelt es sich um ein *normales Gut*: Die Nachfrage nach x_1 sinkt mit steigendem Preis p_1! Die Übertragung der Haushaltsoptima (Tangentialpunkte aller Budgetgeraden mit einer Indifferenzkurve) in ein $p_1 - x_1 -$ Diagramm ergibt die *Preis-Konsum-Kurve*. Wenn es sich wie hier um ein normales Gut handelt, hat die **Preis–Konsum–Kurve** eine negative Steigung, d. h. die direkte Preiselastizität ist negativ.

formal: Die direkte Preiselastizität, also das Verhältnis von relativer Nachfrageänderung und relativer Preisänderung wird mathematisch wie folgt ausgedrückt:

$$E(x_1, p_1) = \frac{\partial x_1 / x_1}{\partial p_1 / p_1} = \frac{\partial x_1}{\partial p_1} \cdot \frac{p_1}{x_1}$$

Bei der **direkten Preiselastizität** kann man drei Fälle unterscheiden:

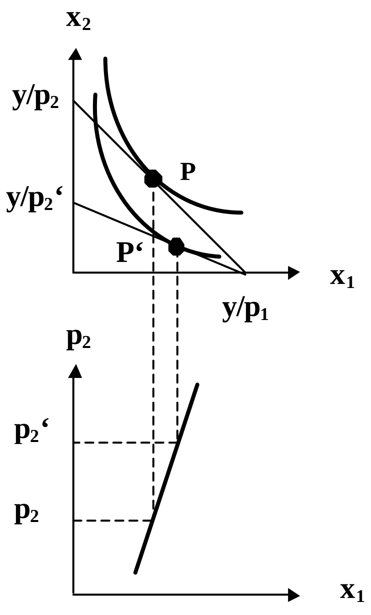
	normales Gut	preisunabhängiges Gut	**Giffen–Gut**
$E(x_1, p_1)$	< 0	$= 0$	> 0
Nachfrage . . . bei Preiserhöhung	sinkt	bleibt unverändert	steigt
Preis–Konsum–Kurve	fällt	verläuft senkrecht	steigt

<u>Kreuz–Preis–Elastizität</u>

Mit Hilfe der Kreuz–Preis–Elastizität $E(x_1, p_2)$ [*oder auch*: ε_{x_1,p_2}] kann die Nachfrage nach Gut 1 in Abhängigkeit von p_2 bei unverändertem y und unverändertem p_1 analysiert werden.

ökonomisch: Eine Preiserhöhung schränkt die Konsummöglichkeiten eines Haushalts ein. Die indirekte oder Kreuz–Preis-Elastizität $E(x_1, p_2)$ gibt an, um wieviel Prozent sich die nachgefragte Gütermenge x_1 verändert, wenn sich der Preis p_2 des Gutes 2 um 1 Prozent ändert. Die Kreuz–Preis–Elastizität ist also das **Verhältnis von relativer Nachfrageänderung nach einem Gut und relativer Preisänderung des anderen Gutes**.

grafisch:



Wenn der Preis für Gut 2 von p_2 auf p_2' steigt, dreht sich die Budgetgerade entgegen dem Uhrzeigersinn um den Punkt y / p_1. Jedem Preis für Gut 2 ist wieder eine Budgetgerade zugeordnet, die ebenfalls genau einen Tangentialpunkt mit einer Indifferenzkurve aufweist. In diesem Fall handelt es sich um *substituierbare Güter*: Die Nachfrage nach x_1 steigt mit steigendem Preis p_2! Die Übertragung der Haushaltsoptima (Tangentialpunkte aller Budgetgeraden) in ein p_2– x_1– Diagramm ergibt die Kreuzpreis-Konsum-Kurve. Wenn es sich wie hier um substituierbare Güter handelt, hat die **Kreuzpreis–Konsum–Kurve** einen steigenden Verlauf, d. h. die indirekte Preiselastizität ist positiv.

formal: Die indirekte Preiselastizität, also das Verhältnis von relativer Nachfrageänderung des Gutes 1 und relativer Preisänderung des Gutes 2, wird mathematisch wie folgt ausgedrückt.

$$E(x_1, p_2) = \frac{\partial x_1 / x_1}{\partial p_2 / p_2} = \frac{\partial x_1}{\partial p_2} \cdot \frac{p_2}{x_1}$$

Bei der **indirekten Preiselastizität** kann man ebenfalls drei Fälle unterscheiden:

	Substitut	kreuzpreisunabhängige Güter	**Komplement**
$E\,(x_1, p_2)$	> 0	= 0	< 0
Nachfrage . . . bei Kreuzpreiserhöhung	steigt	bleibt unverändert	sinkt
Kreuzpreis–Konsum–Kurve	steigt	verläuft senkrecht	fällt

Einkommenselastizität

[*usw*.]

2.8 Aufgaben [*Auszug*!]

Lotse–Aufgabe 1 aus 3/03 (5 Rohpunkte von 100) (*x* aus 5) – Lösung siehe Seite 32

Welche der folgenden Aussagen zur Budgetgeraden $p_1 x_1 + p_2 x_2 = M$ halten Sie für zutreffend?

A	p_1 / M ist die Menge des Gutes 1, die der Haushalt kaufen kann, wenn er seine gesamte Konsumsumme für dieses Gut ausgibt.	
B	p_2 / p_1 ist die Menge von Gut 1, die der Haushalt zusätzlich erwerben kann, wenn er seine Konsumsumme ausschöpft und den Kauf von Gut 2 um eine Mengeneinheit einschränkt.	
C	p_1 / p_2 ist die Menge von Gut 1, die der Haushalt zusätzlich erwerben kann, wenn er seine Konsumsumme ausschöpft und den Kauf von Gut 2 um eine Mengeneinheit einschränkt.	
D	Steigt ceteris paribus der Preis des zweiten Gutes, dreht die Budgetgerade sich um ihren unveränderten Schnittpunkt mit der x_1 – Achse, und zwar vom Koordinatenursprung weg.	
E	Steigen beide Preise und die Konsumsumme absolut um denselben Betrag, so ändert sich die Budgetgerade nicht.	

Lotse–Aufgabe 2 aus 3/03 (5 Rohpunkte von 100) (*x* aus 5) – Lösung siehe Seite 32

Welche der folgenden Aussagen zu den Eigenschaften einer Präferenzordnung halten Sie für richtig?

A	Eine Präferenzordnung ist vollständig, d. h. ein Haushalt ist nie indifferent zwischen zwei verschiedenen Güterbündeln.	
B	Die Transitivitätseigenschaft ist eine wesentliche Voraussetzung dafür, dass ein Haushalt konsistente Entscheidungen trifft.	
C	Jeder Präferenzordnung ist genau eine eindeutig bestimmte Nutzenfunktion zugeordnet.	
D	Da das Konzept der Präferenzordnung ein ordinales Konzept ist, können verschiedene Nutzenfunktionen dieselbe Präferenzordnung repräsentieren.	
E	Die Eigenschaft der Nichtsättigung ist verletzt, wenn ein Gut einen abnehmenden Grenznutzen aufweist.	

Lotse–Aufgabe 3 aus 3/03 (5 Rohpunkte von 100) (*x* aus 5) – Lösung siehe Seite 33

Sei $p_1 x_1 + p_2 x_2 = M$ die Budgetgerade eines Haushalts. Welche der folgenden Aussagen zur Güternachfrage halten Sie für zutreffend?

A	Wenn ceteris paribus das Einkommen steigt, kann die Nachfrage nach einem der beiden Güter zurückgehen.	
B	Wenn ceteris paribus das Einkommen steigt, steigt die Nachfrage nach beiden Gütern.	
C	Der Einkommenseffekt einer Preissteigerung ist bei superioren Gütern negativ.	
D	Der Einkommenseffekt einer Preissteigerung ist bei inferioren Gütern negativ.	
E	Keine der Aussagen A bis D ist zutreffend.	

Lotse–Aufgabe 4 aus 3/03 (5 Rohpunkte von 100) (*x* aus 5) – Lösung siehe Seite 33

Gegeben sei die Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = 3x_1x_2$ und die Budgetbeschränkung $p_1x_1 + p_2x_2 \leq M$. Welche der folgenden Aussagen halten Sie für richtig?

A	Die Nachfragefunktionen nach den beiden Gütern lauten: $x_1 = \frac{M}{3p_1}$ und $x_2 = \frac{M}{3p_2}$.	
B	Die Nachfragefunktionen nach den beiden Gütern lauten: $x_1 = \frac{M}{2p_1}$ und $x_2 = \frac{M}{2p_2}$.	
C	Der Staat führe eine Mengensteuer t_2 (Preisaufschlag je Einheit) auf Gut 2 ein. Die nachgefragten Mengen lauten dann: $x_1' = \frac{M}{3p_1}$ und $x_2' = \frac{M}{3(p_2 + t_2)}$.	
D	Die nachgefragten Mengen bei einer Mengensteuer t_2 lauten: $x_1' = \frac{M}{2p_1}$, $x_2' = \frac{M}{2(p_2 + t_2)}$.	
E	Die nachgefragten Mengen bei einer Mengensteuer t_2 lauten: $x_1' = \frac{M}{3p_1}$, $x_2' = \frac{M}{3(p_2 - t_2)}$.	

Lotse–Aufgabe 5 aus 3/03 (5 Rohpunkte von 100) (*x* aus 5) – Lösung siehe Seite 34

Gegeben seien die Nachfragefunktionen $x_1 = \frac{M + p_2 - p_1}{2p_1}$, $x_2 = \frac{M + p_1 - p_2}{2p_2}$. Welche der folgenden Aussagen halten Sie für zutreffend?

A	Die beiden Güter sind Komplemente.	
B	Die beiden Güter sind Substitute.	
C	Gut 1 ist ein Giffen–Gut.	
D	Gut 2 ist ein superiores Gut.	
E	Gut 2 ist ein inferiores Gut.	

[*usw*.]

2.9 Lösungen [*Auszug*!]

Lösung der Lotse–Aufgabe 1 aus 3/03 (5 Rohpunkte von 100) (*x* aus 5)

A	p_1 / M ist die Menge des Gutes 1, die der Haushalt kaufen kann, wenn er seine gesamte Konsumsumme für dieses Gut ausgibt.	
B	p_2 / p_1 ist die Menge von Gut 1, die der Haushalt zusätzlich erwerben kann, wenn er seine Konsumsumme ausschöpft und den Kauf von Gut 2 um eine Mengeneinheit einschränkt.	**X**
C	p_1 / p_2 ist die Menge von Gut 1, die der Haushalt zusätzlich erwerben kann, wenn er seine Konsumsumme ausschöpft und den Kauf von Gut 2 um eine Mengeneinheit einschränkt.	
D	Steigt ceteris paribus der Preis des zweiten Gutes, dreht die Budgetgerade sich um ihren unveränderten Schnittpunkt mit der x_1– Achse, und zwar vom Koordinatenursprung weg.	
E	Steigen beide Preise und die Konsumsumme absolut um denselben Betrag, so ändert sich die Budgetgerade nicht.	

Die **Budgetrestriktion** $p_1 x_1 + p_2 x_2 = M$ gibt die **Konsummöglichkeitsgrenze**, also die bei ausgeschöpfter Konsumsumme M maximalen Verbrauchsmengen von x_1 und x_2 wieder. Für $x_2 = 0$ gilt dann offensichtlich $x_1 = M / p_1$. [**A** ist **falsch**.] Die **Budgetgerade** ist der Graph der Budgetrestriktion in einem $x_1 - x_2 -$ Diagramm. Die Funktion dazu, $x_1 = \frac{M}{p_1} - \frac{p_2}{p_1} x_2$, ist offensichtlich linear und hat die betragsmäßige Steigung $\left| dx_1 / dx_2 \right| = p_2 / p_1$. Die Steigung gibt an, um wie viele Einheiten x_1 sinkt (steigt), wenn x_2 um eine (infinitesimal kleine) Einheit steigt (sinkt). [**B** ist **richtig**, **C** ist **falsch**.] Die Schnittpunkte der Budgetgeraden mit der x_2– Achse bzw. x_1– Achse lauten M / p_2 bzw. M / p_1. Wenn p_2 steigt, sinkt die maximal konsumierbare Menge von x_2, mithin sinkt M / p_2, und damit dreht sich die Budgetgerade zum Koordinatenursprung hin. [**D** ist **falsch**.] Preis– und Einkommensänderungen wirken sich nur dann nicht auf die Lage der Budgetgeraden aus, wenn sie relativ (also prozentual) identisch und gleichgerichtet sind. [**E** ist **falsch**.]

Lösung der Lotse–Aufgabe 2 aus 3/03 (5 Rohpunkte von 100) (*x* aus 5)

A	Eine Präferenzordnung ist vollständig, d. h. ein Haushalt ist nie indifferent zwischen zwei verschiedenen Güterbündeln.	
B	Die Transitivitätseigenschaft ist eine wesentliche Voraussetzung dafür, dass ein Haushalt konsistente Entscheidungen trifft.	**X**
C	Jeder Präferenzordnung ist genau eine eindeutig bestimmte Nutzenfunktion zugeordnet.	
D	Da das Konzept der Präferenzordnung ein ordinales Konzept ist, können verschiedene Nutzenfunktionen dieselbe Präferenzordnung repräsentieren.	**X**
E	Die Eigenschaft der Nichtsättigung ist verletzt, wenn ein Gut einen abnehmenden Grenznutzen aufweist.	

Vollständigkeit bedeutet lediglich, dass ein Haushalt in der Lage ist, alle Güterbündel des Güterraums zu bewerten und miteinander zu vergleichen. Dabei wird er bezüglich einiger Güterbündel auch indifferent sein, wenn die Präferenzordnung **stetig** ist. [**A** ist **falsch**.] Die Eigenschaft der **Transitivität** fordert, dass die Bewertung aller denkbaren Güterbündel widerspruchsfrei sein muss. [**B** ist **richtig**.] Zwei Nutzenfunktionen wie z. B. $U^1 = x_1^{0,2} x_2^{0,2}$ und $U^2 = 5 x_1^{0,8} x_2^{0,8}$ repräsentieren genau dann dieselbe Präferenzordnung, wenn jede Nutzenfunktion als (positive) monotone Transformation der jeweils anderen Nutzenfunktion dargestellt werden kann. [**C** ist **falsch**, **D** ist **richtig**.] Die **Nichtsättigungsannahme** impliziert einen positiven Grenznutzen – unerheblich ist, ob er zu– oder abnimmt. [**E** ist **falsch**.]

Lösung der Lotse–Aufgabe 3 aus 3/03 (5 Rohpunkte von 100) (*x* aus 5)

A	Wenn ceteris paribus das Einkommen steigt, kann die Nachfrage nach einem der beiden Güter zurückgehen.	**X**
B	Wenn ceteris paribus das Einkommen steigt, steigt die Nachfrage nach beiden Gütern.	
C	Der Einkommenseffekt einer Preissteigerung ist bei superioren Gütern negativ.	**X**
D	Der Einkommenseffekt einer Preissteigerung ist bei inferioren Gütern negativ.	
E	Keine der Aussagen A bis D ist zutreffend.	

Die **Nachfragefunktionen** hängen nicht von der Budgetgleichung, die ja stets gleich ist, sondern nur von den Nutzenfunktionen ab! Ohne Kenntnis der Nutzenfunktionen kann also nur gesagt werden: Bei steigendem Einkommen **kann** die Nachfrage zunehmen (superiores Gut, $E(x_i, M) > 0$) **oder** abnehmen (inferiores Gut, $E(x_i, M) < 0$) **oder** konstant bleiben (vollkommen einkommensunelastisches Gut, $E(x_i, M) = 0$). [**A** ist **richtig**.] Es **können** (müssen aber nicht!) auch beide Güter gleichzeitig superior sein, aber beide Güter können nicht gleichzeitig inferior sein, weil sich in diesem Fall der Konsumpunkt in einem $x_2 - x_1$– Diagramm zum Ursprung hin, die Budgetgerade aber vom Ursprung weg bewegen würde! [**B** ist in dieser Ausschließlichkeit **falsch**, denken Sie inferiore Güter.] Für die Aussagen C und D gilt: „negativ" bedeutet, dass die Nachfrage sinkt! Eine Preiserhöhung für ein Gut bedeutet einen Kaufkraftverlust des Einkommens bzw. einen Rückgang des Realeinkommens. Jetzt müssen Sie sich nur noch klar machen, dass für superiore Güter ein gleichgerichteter Zusammenhang und für inferiore Güter ein entgegengesetzter Zusammenhang zwischen Einkommen (Konsumsumme) und Nachfrage unterstellt wird. [**C** ist **richtig**, **D** ist **falsch**.]

Lösung der Lotse–Aufgabe 4 aus 3/03 (5 Rohpunkte von 100) (*x* aus 5)

A	Die Nachfragefunktionen nach den beiden Gütern lauten: $x_1 = \frac{M}{3p_1}$ und $x_2 = \frac{M}{3p_2}$.	
B	Die Nachfragefunktionen nach den beiden Gütern lauten: $x_1 = \frac{M}{2p_1}$ und $x_2 = \frac{M}{2p_2}$.	**X**
C	Der Staat führe eine Mengensteuer t_2 (Preisaufschlag je Einheit) auf Gut 2 ein. Die nachgefragten Mengen lauten dann: $x_1' = \frac{M}{3p_1}$ und $x_2' = \frac{M}{3(p_2 + t_2)}$.	
D	Die nachgefragten Mengen bei einer Mengensteuer t_2 lauten: $x_1' = \frac{M}{2p_1}$, $x_2' = \frac{M}{2(p_2 + t_2)}$.	**X**
E	Die nachgefragten Mengen bei einer Mengensteuer t_2 lauten: $x_1' = \frac{M}{3p_1}$, $x_2' = \frac{M}{3(p_2 - t_2)}$.	

Die **Nachfragefunktionen** ergeben sich rechnerisch aus der Bedingung für ein Nutzenmaximum und der Budgetgleichung bzw. aus den Null–gesetzten Ableitungen der Lagrange–Funktion nach x_1, x_2 und λ – was dasselbe ist! Die Bedingung für ein Nutzenmaximum (Grenznutzenverhältnis gleich Güterpreisverhältnis) lautet für die vorliegende Nutzenfunktion: $\left(\frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} = \frac{3x_2}{3x_1} =\right) \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}$. Auflösen nach $x_2 = \frac{p_1}{p_2} x_1$ und Einsetzen in die Budgetgleichung bringt $p_1 x_1 + p_2 \frac{p_1}{p_2} x_1 = M$ bzw. $x_1 = \frac{M}{2p_1}$. Einsetzen von $x_1 = \frac{M}{2p_1}$ in die Budgetrestriktion bringt dann $x_2 = \frac{M}{2p_2}$. [**A** ist **falsch**, **B** ist **richtig**.] Bei der Einführung einer Mengen–Verbrauchsteuer t_2 steigt aus Sicht der Konsumenten der Preis des Gutes 2 von p_2 auf $p_2 + t_2$. Dieser neue Preis muss jetzt lediglich in den ermittelten Vor–Steuern–Nachfragefunktionen eingesetzt werden! [**C** ist **falsch**, **D** ist **richtig**, **E** ist **falsch**.]

Lösung der Lotse–Aufgabe 5 aus 3/03 (5 Rohpunkte von 100) (*x* aus 5)

A	Die beiden Güter sind Komplemente.	
B	Die beiden Güter sind Substitute.	**X**
C	Gut 1 ist ein Giffen–Gut.	
D	Gut 2 ist ein superiores Gut.	**X**
E	Gut 2 ist ein inferiores Gut.	

Ein Gut ist ein Komplement (Substitut), wenn die Nachfrage nach diesem Gut bei einer Preiserhöhung für ein anderes Gut sinkt (steigt). Berechnen Sie also die Ableitungen $\frac{\partial x_1}{\partial p_2} = \frac{1}{2p_1} > 0$ sowie $\frac{\partial x_2}{\partial p_1} = \frac{1}{2p_2} > 0$! [**A** ist **falsch**, **B** ist **richtig**.] Ein Gut ist ein Giffen–Gut, wenn die Nachfrage nach diesem Gut bei einer Preiserhöhung steigt. Berechnen Sie die Ableitung $\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = -\frac{M + p_2}{2p_1^2} < 0$. [**C** ist **falsch**.] Ein Gut ist superior (inferior), wenn die Nachfrage nach diesem Gut bei einer Einkommenserhöhung steigt (sinkt). Berechnen Sie also die Ableitungen $\frac{\partial x_1}{\partial M} = \frac{1}{2p_1} > 0$ sowie $\frac{\partial x_2}{\partial M} = \frac{1}{2p_2} > 0$! [**D** ist **richtig**, **E** ist **falsch**.] Es reicht hier, die jeweiligen Ableitungen (Änderungs**richtung**!) zu bilden, die Berechnung mit Hilfe der Elastizitätenformel ist entbehrlich.

[*usw*.]