# Klausurhilfe

# Marktversagen

**(Monopol, Externe Effekte, Öffentliche Güter)**



**Repetitorium Axel Hillmann**

Klausurhilfen – Klausurschulungen

Kirchstr. 15

D – 27327 Martfeld

Tel / Fax +49–04255–1758

E–Mail: repetitorium@axel-hillmann.de

Internet: www.axel-hillmann.de

---

Autor: Axel Hillmann (Diplom-Volkswirt)

Stand: April 2009 (SS 2009)

# [*Auszug Beginn*!]

# B Monopol

**Symbolverzeichnis**

| | |
|---|---|
| *A* | Werbeausgaben |
| *C* | Kapitalstock |
| *DK* | Durchschnittskosten |
| *E* | Erlös |
| *FDE* | Faktordurchschnittserlös |
| *FDK* | Faktordurchschnittskosten |
| *FGE* | Faktorgrenzerlös |
| *FGK* | Faktorgrenzkosten |
| *GE* | Grenzerlös |
| *GFE* | Grenzfaktoreinkommen |
| *GK* | Grenzkosten |
| *G* | Gewinn |
| *GG* | Grenzgewinn |
| *K* | Kosten |
| *KR* | Konsumentenrente |
| *L* | Arbeit (Arbeitseinsatz) |
| *P* | (Güter–) Preis |
| *PAF* | Preis–Absatz–Funktion |
| *vDK* | variable Durchschnittskosten |
| *X* | (Güter–) Menge |
| *Y* | (Güter–) Menge |
| *ZB* | Zahlungsbereitschaft |
| *q* | Parameter für Produktqualität |
| *r* | Satz der Kapitalnutzungsgebühr (Preis für Kapital) |
| *w* | Lohnsatz (Preis für Arbeit) |
| $\varepsilon$ | Elastizität |

Die Bedeutung der Indizes ergibt sich aus dem Text.

**Abbildungsverzeichnis**

## 1 Einführung in die Monopoltheorie

Für die Existenz eines Monopols auf einem Gütermarkt gibt es verschiedene Ursachen:

- (dauerhafte oder vorübergehende) staatliche, rechtliche oder spezielle ökonomische Marktzutrittsbeschränkungen für andere Unternehmen (z. B. Patentschutz, sunk costs)
- Alleinverfügungsgewalt über einen notwendigen Produktionsfaktor
- steigende Skalenerträge (Größenvorteile) in der Produktion (natürliches Monopol)

Ein Monopolist sieht sich als einziger Anbieter, anders als der *einzelne* Anbieter auf einem *Konkurrenzmarkt*, nicht einer unendlich preiselastischen Nachfrage sondern einer *preiselastischen Nachfrage* gegenüber, weil die Nachfrager bei einer Preiserhöhung nicht auf die Güter anderer Anbieter ausweichen können. Der Monopolist wird von daher unter Berücksichtigung seiner Kostensituation

- entweder den **Preis** (*P*) **festsetzen** und dann die maximale Menge (*X*), die die Nachfrager zu kaufen bereit sind, produzieren,
- oder die **Menge festsetzen** und dann den maximalen Preis verlangen, den die Nachfrager für diese Menge zu zahlen bereit sind.

Diese Preis–Mengen–Kombination (Cornot'scher Punkt) ergibt sich aus der (meist linearen) Nachfragefunktion, die aus Sicht des Monopolisten seine Durchschnittserlösfunktion darstellt, bzw. aus der Preiselastizität der Nachfrage. Bei seiner Angebotsentscheidung geht der Monopolist von einer inversen Nachfragefunktion aus, der sog. **Preis–Absatz–Funktion**:

$P = P(X)$ [1] mit $\frac{dP}{dX} < 0$

Der Monopolist ist wie jedes Unternehmen bestrebt, seinen **Gewinn** (*G*) zu maximieren:

max! $G = E(X) - K(X)$ mit $K(X)$ = **Kostenfunktion**

Neben seiner Kostensituation spielt für den Monopolisten die Erlösseite eine wichtige Rolle. Der Erlös (*E*) ist die mit dem Güterpreis bewertete Absatzmenge *X*. Die **Erlösfunktion** lautet

$$E(X) = P(X) \cdot X$$

Die Erlösfunktion enthält die Preis–Absatz–Funktion und nicht den Preis, weil der Preis für den Monopolisten nicht gegeben ist, bzw. weil die Preissetzung des Monopolisten abhängig von der geplanten Absatzmenge ist.

Die **Grenzerlösfunktion** ($GE$) gibt an, um wie viele (Geld–) Einheiten der Erlös bei einer marginalen Absatzerhöhung steigt. Sie lautet

$$GE = \left( \frac{dE}{dX} = \right) P(X) + \frac{dP(X)}{dX} \cdot X$$ [2]

Unter Berücksichtigung **der Preiselastizität der Nachfrage,** $\varepsilon_{X,P} = \frac{dX}{dP} \cdot \frac{P}{X} < 0$, wird der Grenzerlös des Monopolisten häufig auch wie folgt formuliert:

---

[1] Mit dieser Preis–Absatz–Funktion ermittelt der Monopolist, welchen Preis *P* er in Abhängigkeit von seiner Absatzmenge *X* maximal verlangen kann.

[2] Denken Sie an die Anwendung der **Produktregel**! $P(X)$ ist die Preis–Absatz–Funktion und enthält *X* als Funktionsargument. Sie müssen also auch $P(X)$ nach *X* ableiten! Im Folgenden wird $P$ für $P(X)$ notiert.

$$GE = P + \frac{dP}{dX} \cdot X = P \cdot \left(1 + \frac{dP}{dX} \cdot \frac{X}{P}\right) = P \cdot \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_{X,P}}\right)$$

Bei dieser Formulierung handelt es sich um die sog. **Amoroso–Robinson–Relation**. Der Grenzerlös ist positiv für $\left|\varepsilon_{X,P}\right| > 1$.[3] Für gewinnmaximierende Monopolisten ist also lediglich der **elastische Bereich** der Nachfrage **relevant**.

Der **Preis** (Durchschnittserlös) liegt stets über dem **Grenzerlös**: Wenn der Monopolist seine Angebotsmenge um eine Einheit erhöht, steigt sein Erlös um den Preis dieser zusätzlichen Einheit, um *P*. Bei einer Angebotserhöhung um eine Einheit sind die Konsumenten jedoch nur zu einem niedrigeren Preis als vorher bereit, ihre Nachfragemenge zu erhöhen. Um die zusätzliche Einheit auch verkaufen zu können, muss der Monopolist den Preis um $dP/dX$ senken, was sich auf die gesamte Angebotsmenge auswirkt! $(dP/dX) \cdot X < 0$ ist mithin die negative Komponente des Grenzerlöses. Es ergibt sich folglich

$$GE = P + \frac{dP}{dX} \cdot X < P$$

In einem Monopol ist das Marktgleichgewicht mit dem Unternehmensgleichgewicht identisch. Marktpreis und Gleichgewichtsmenge ergeben sich mithin aus dem üblichen Gewinnmaximierungsansatz:

$$\text{max! } G = E(X) - K(X) = P(X) \cdot X - K(X) \qquad \text{mit} \qquad K(X) = \text{Kostenfunktion}$$

Die **notwendige Bedingung** für ein Gewinnmaximum lautet:

$$GG = GE - GK \overset{!}{=} 0 \qquad \text{bzw.} \qquad \frac{dG}{dX} = P + \frac{dP}{dX} \cdot X - \frac{dK}{dX} \overset{!}{=} 0$$

Im Unternehmens– bzw. Monopolgleichgewicht gilt also:

*bitte merken*:

| **Grenzerlös gleich Grenzkosten!** |
|---|

$$GE = GK \quad \text{bzw.} \quad P + \frac{dP}{dX} X = \frac{dK}{dX} \quad \text{bzw.} \quad P \cdot \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_{X,P}}\right) = \frac{dK}{dX} \quad \text{bzw.} \quad \frac{P - dK/dX}{P} = -\frac{1}{\varepsilon_{X,P}}$$ [4]

Auf der folgenden Seite finden Sie die übliche Grafik zu diesem Standardfall der Monopoltheorie:[5] Die Monopolmenge $X^*$ ergibt sich aus dem Schnittpunkt von Grenzerlös– und Grenzkostenkurve. Den zugehörigen Monopolpreis $P^*$ liest man an der Nachfragekurve (Preis–Absatz–Funktion) ab.

---

[3] $GE = P \cdot \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_{X,P}}\right) > 0$, wenn $1 + \frac{1}{\varepsilon_{X,P}} > 0$ bzw. $\frac{1}{\varepsilon_{X,P}} > -1$ bzw. $\varepsilon_{X,P} < -1$ bzw. $\left|\varepsilon_{X,P}\right| > 1$.

[4] Die dritte Formulierung ist der sog. Monopolgrad nach Lerner.

[5] Streng genommen müssen an der Ordinate neben dem Preis auch noch die Größen GE, GK sowie vDK stehen, weil es sich um 4 unterschiedliche Kurven handelt. Dies ist im Allgemeinen jedoch nicht üblich. Dass die Grenzkostenkurve linear ansteigend verläuft, ist nur eine von verschiedenen Möglichkeiten. Sie könnte auch nicht–linear ansteigend oder parallel zur Mengenachse (konstante Grenzkosten) verlaufen. Im Fall steigender Skalenerträge bzw. – was Dasselbe ist – sinkender Durchschnittskosten (natürliches Monopol) kann die Grenzkostenkurve sogar fallend verlaufen.

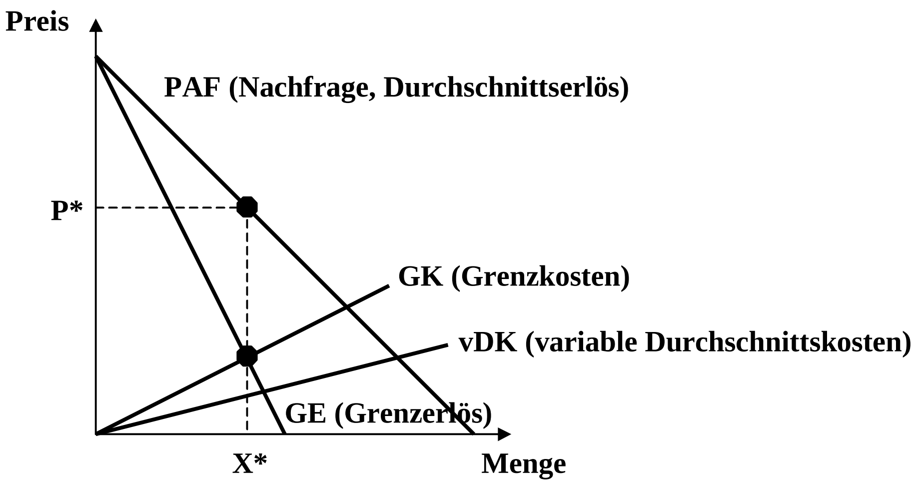



Abb. 1: Monopolgleichgewicht

Mit Hilfe dieser Grafik lassen sich Konsumentenrente (Nettonutzen der Nachfrager) sowie Monopolrente (Gewinn des Monopolisten), mithin die Wohlfahrt im Monopolgleichgewicht ermitteln. Dazu folgende Vorüberlegungen:

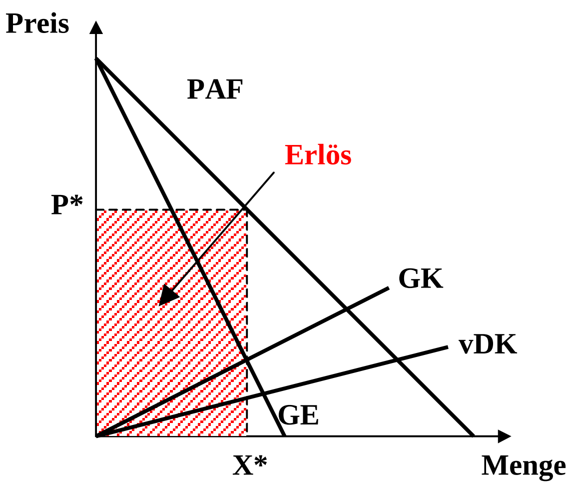



Abb. 2a: Erlös des Monopolisten (1)

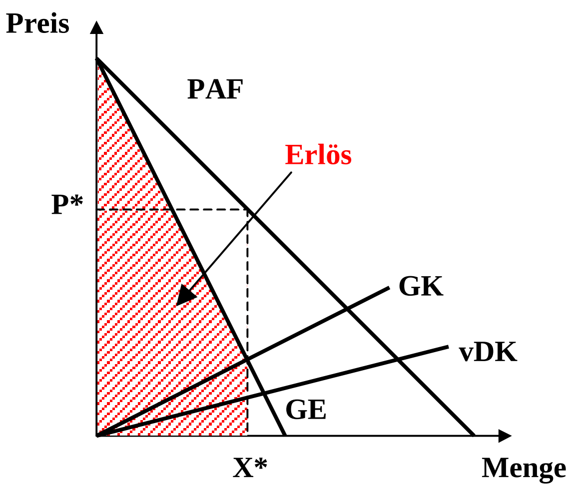



Abb. 2b: Erlös des Monopolisten (2)

Der **Erlös** des Monopolisten, $E = P \cdot X$ , entspricht der Fläche unterhalb der Preislinie zwischen 0 und $X*$ wie in Abb. 2a. Alternativ ergibt sich derselbe Flächeninhalt unterhalb der Grenzerlöskurve – wie in Abb. 2b.[6]

Dass die Erlösflächen in beiden Abbildungen gleich groß sind, können Sie ermitteln, indem Sie die in Abb. 2b gegenüber der Abb. 2a hinzugefügte Teilfläche (Fläche zwischen Grenzerlöskurve und Preislinie) mit der abgezogene Teilfläche (Fläche zwischen Preis–Absatz–Funktion und Grenzerlöskurve unterhalb der Preislinie) vergleichen.

[6] Erinnern Sie sich bitte an die Integralrechnung: Die Fläche unter einer Kurve ergibt sich rechnerisch aus dem Integral der Funktionsgleichung im gewünschten Intervall, also nach Aufleitung der Funktion. Der Grenzerlös ergibt sich durch Ableiten der Erlösfunktion. Der Erlös ergibt sich durch Aufleitung des Grenzerlöses!

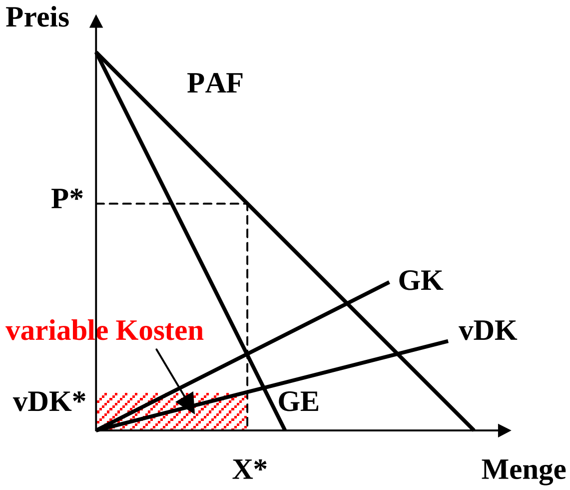



Abb. 3a: Variable Kosten des Monopolisten (1)

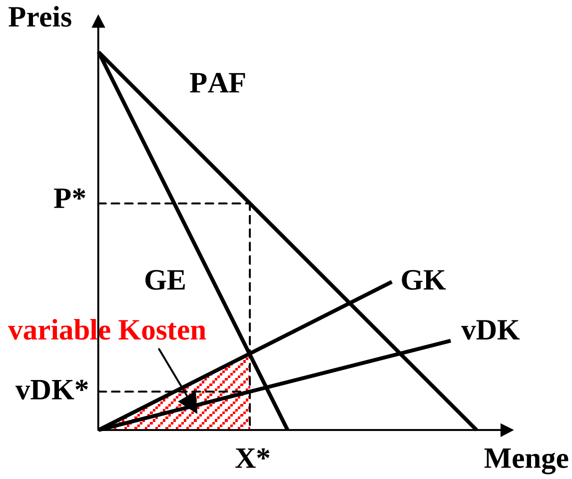



Abb. 3b: Variable Kosten des Monopolisten (2)

Bei Existenz von Fixkosten lassen sich die **variablen Kosten**, $vDK^* \cdot X^*$, als Fläche unterhalb der Linie der Durchschnittskosten zwischen 0 und $X^*$ wie in Abb. 3a ablesen. Derselbe Flächeninhalt ergibt sich unter der Grenzkostenkurve – wie in Abb. 3b.[7]

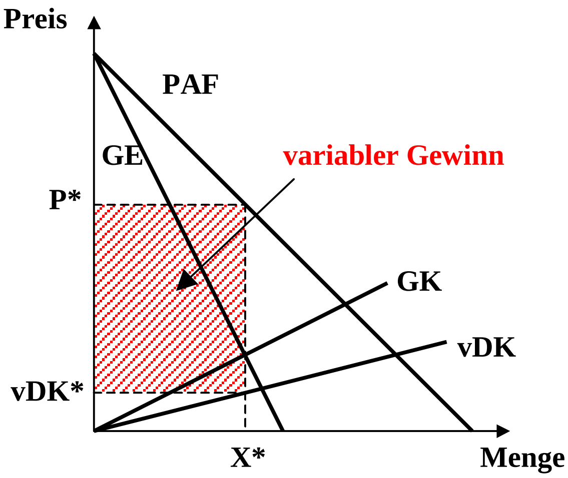



Abb. 4a: Variabler Gewinn des Monopolisten (1)

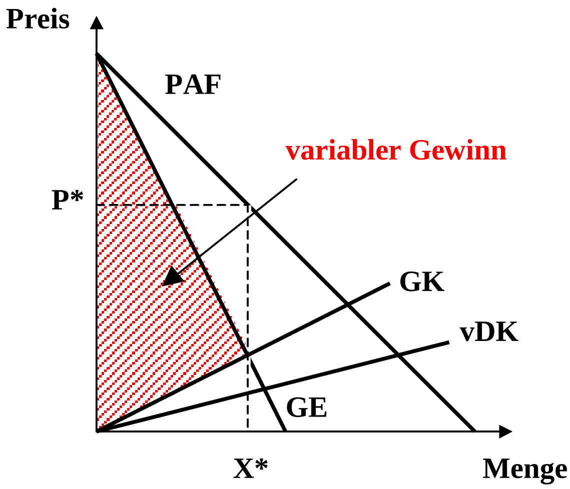



Abb. 4b:Variabler Gewinn des Monopolisten (2)

Der **variable Gewinn** des Monopolisten ergibt sich als Differenz aus Erlös und variablen Kosten. Grafisch ermitteln Sie diesen entweder als Fläche zwischen Preislinie und Linie der variablen Durchschnittskosten wie in Abb. 4a oder als Fläche zwischen Grenzerlös– und Grenzkostenkurve wie in Abb. 4b, jeweils zwischen 0 und $X^*$.

In der folgenden Grafik ist neben der **Monopolrente** (dem variablen Gewinn) die **Konsumentenrente** eingetragen – ablesbar als Fläche zwischen Nachfragekurve (Preis–Absatz–Funktion) und Preislinie wie in Abb. 5a. Alternativ ergibt sich die Konsumentenrente als Fläche zwischen Nachfragekurve und Grenzerlöskurve wie in Abb. 5b. Die Summe aus beiden Renten verstehen Sie bitte als die für einen sozialen Planer relevante **Gesamtwohlfahrt**, die sich im Monopolgleichgewicht ergibt.

7 Die variablen Kosten ergeben sich durch Aufleitung der Grenzkosten! Ohne Fixkosten handelt es sich um die Gesamtkosten.

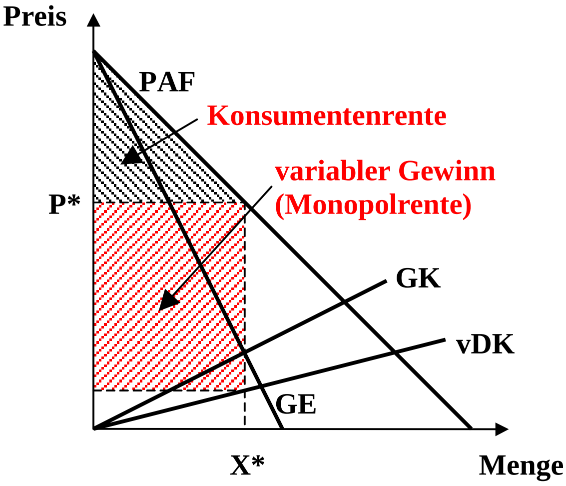



Abb. 5a: Konsumentenrente und variabler Gewinn im Monopolgleichgewicht (1)

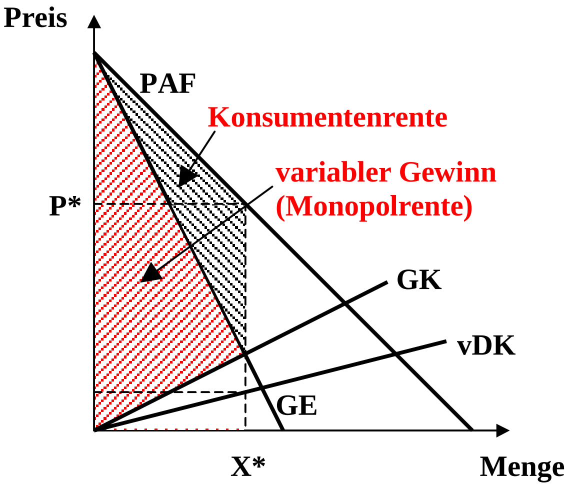



Abb. 5b: Konsumentenrente und variabler Gewinn im Monopolgleichgewicht (2)

Die Güterversorgung durch ein Monopol ist nach Wohlfahrtsgesichtspunkten **ineffizient**, wie die folgende Überlegung zeigt: Angenommen, der Monopolist müsste nach der Preis–gleich–Grenzkosten–Regel wie ein Konkurrenzunternehmen anbieten. In diesem Fall würde der Preis auf $P^K$ sinken und die Gleichgewichtsmenge auf $X^K$ steigen,[8] die Konsumentenrente würde mithin zunehmen und die Monopolrente abnehmen, insgesamt jedoch die Wohlfahrt steigen, wie die Abb. 6a und 6b verdeutlichen:

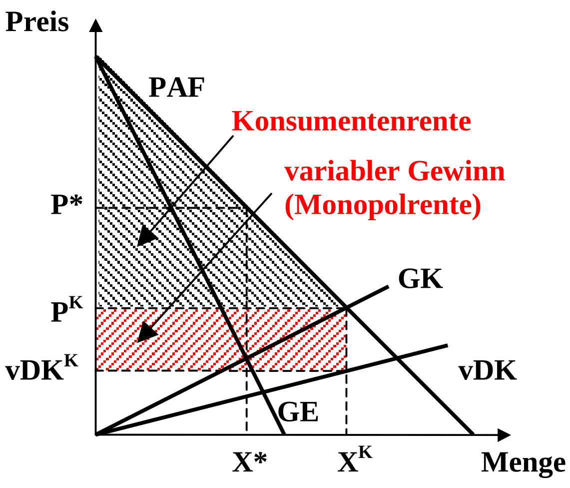



Abb. 6a: Konsumentenrente und variabler Gewinn im Als–Ob–Konkurrenz–Fall

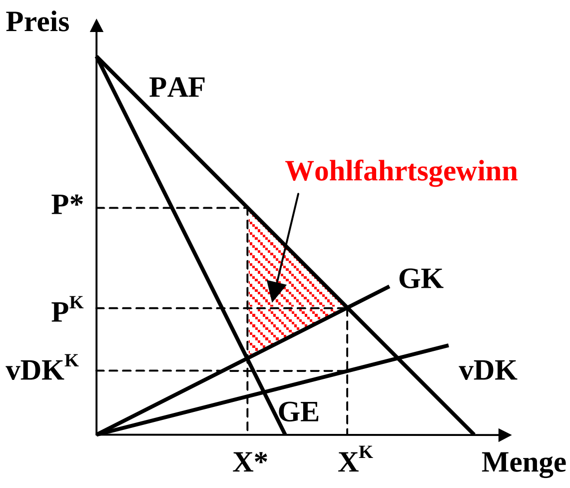



Abb. 6b: Wohlfahrtsgewinn im Als–Ob–Konkurrenz–Fall

Der **Netto–Wohlfahrtsverlust** durch ein Monopol lässt sich mithin angeben als von der Nachfragekurve und der Linie der variablen Durchschnittskosten, $vDK^K$, eingeschlossene Fläche zwischen der Monopolmenge $X^*$ und der Als–Ob–Konkurrenzmenge $X^K$. Diesen Wohlfahrtsverlust nennen die Volkswirte die **gesellschaftlichen Kosten** der Marktmacht (eines Monopols).

[8] Bei Anwendung der Preis–gleich–Grenzkosten–Regel ergäbe sich das Gleichgewicht im Schnittpunkt von Nachfragekurve (Durchschnittserlöskurve) und Grenzkostenkurve.

## 2 Abschöpfung der Konsumentenrente

In diesem Abschnitt werden verschiedene absatzpolitische Instrumente besprochen, die dem Monopolisten zur Verfügung stehen, die Konsumentenrente noch weiter zu seinen Gunsten zu mindern, als dies bereits im oben analysierten Standardszenario gegenüber einer Als–Ob–Konkurrenz–Situation der Fall ist.[9] Dies betrifft in der Hauptsache die Preisstrategie. Produktwahl, Qualitätswahl und Werbung sind weitere Instrumente.

### 2.1 Preisdifferenzierung

Eine Preisdifferenzierung findet statt, wenn ein Unternehmen von verschiedenen Nachfragern unterschiedliche Preise für dasselbe homogene (oder nahezu homogene) Gut verlangt, je nach dem, wo sich die Nachfrager auf der (aggregierten!) Nachfragekurve "befinden".

Eine solche uneinheitliche Preisbildung ist nur möglich, wenn

- das Unternehmen über **Marktmacht** verfügt (wie etwa im Monopol) und
- unterschiedliche **Zahlungsbereitschaften** der Nachfrager **identifizieren** sowie
- **Arbitrage verhindern** kann.[10]

Man unterscheidet in der Monopoltheorie:

- **Preisdifferenzierung ersten Grades**: Jede Einheit des Gutes wird zu einem Preis in Höhe der Zahlungsbereitschaft verkauft.
- **Preisdifferenzierung zweiten Grades**: Der Preis pro Gütereinheit richtet sich nach der Menge, die von einem Nachfrager gekauft wird.
- **Preisdifferenzierung dritten Grades**: Unterschiedliche Nachfragergruppen zahlen einen unterschiedlichen Preis, der innerhalb einer Gruppe jedoch für alle Einheiten identisch ist.

Inwiefern sich durch diese Preisstrategien Gleichgewichtsmenge, Gleichgewichtspreis, Konsumentenrente und Monopolgewinn sowie die Wohlfahrt ändern, kann wie folgt gezeigt werden:

**<u>Preisdifferenzierung ersten Grades</u>**

*Annahme*: Jeder Nachfrager kauft genau eine Gütereinheit. Das Unternehmen kann die Zahlungsbereitschaft für jeden einzelnen Konsumenten bzw. für jede einzelne Gütereinheit ermitteln.

*Preisstrategie*: Das Unternehmen verlangt von jedem Nachfrager einen Preis in Höhe dessen Zahlungsbereitschaft. Der zusätzliche Erlös (Grenzerlös) jeder Gütereinheit entspricht genau dem Preis, den der Nachfrager dafür zu zahlen hat. Die ursprüngliche Grenzerlöskurve wird mithin irrelevant für die Entscheidung des Monopolisten. *Oder anders ausgedrückt*: Die Nachfragekurve (Preis–Absatz–Funktion, Durchschnittserlöskurve) wird zur Grenzerlöskurve.

*Monopolrente*: Der Monopolist kann seinen Gewinn steigern, solange der zusätzliche Erlös, also der Preis, die Grenzkosten übersteigt. Im Gewinnmaximum wird der Preis, den der letzte Konsument zu zahlen hat, gerade den Grenzkosten entsprechen. Die Monopolmenge $X^{**}$ ergibt sich in diesem Fall durch den Schnittpunkt von Nachfragekurve und Grenzkostenkurve.

---

[9] Dies schließt eingeschränkt jedes Unternehmen ein, das nicht vollständigem Wettbewerb unterliegt.

[10] Arbitrage findet statt beim Kauf zum niedrigeren Preis und (Wieder–) Verkauf zum höheren Preis. Bei vollständiger Konkurrenz (vollkommenem Wettbbewerb) führt der Arbitrageprozess zu einer Einheitlichkeit des Preises für alle Akteure.

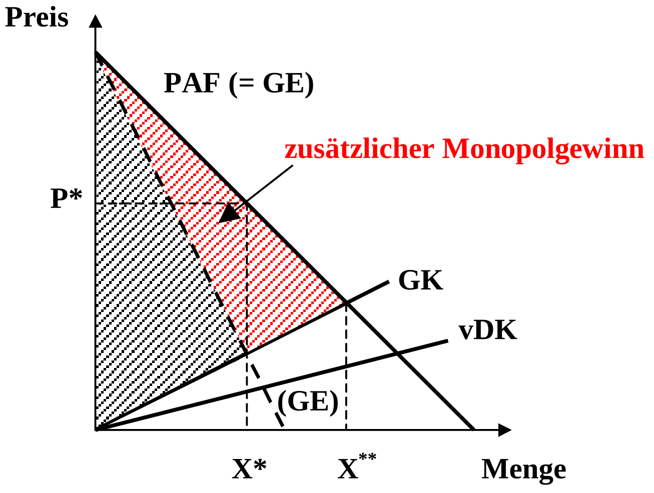



Abb. 7: Zusatzgewinn bei vollkommener Preisdifferenzierung des ersten Grades

*Wohlfahrt*: Bitte entnehmen Sie dieser Abbildung im Vergleich mit Abb. 5b, dass der Monopolist nicht allein die gesamte Konsumentenrente abschöpft, sondern darüber hinaus einen **Gesamtwohlfahrtszugewinn** in Höhe der von Nachfragekurve und Grenzkostenkurve eingeschlossenen Fläche zwischen $X^*$ und $X^{**}$ realisiert. Bei dieser **vollkommenen Preisdifferenzierung** wird das **Monopolgleichgewicht**, auch wenn die Konsumentenrente Null ist, **effizient**, denn die Gesamtwohlfahrt lässt sich nicht erhöhen. *Anders* – nämlich mit Hilfe des Pareto–Kriteriums – *ausgedrückt*: Bei vollkommener Preisdifferenzierung kann durch eine Preis– und / oder Mengenänderung keine Marktseite besser gestellt werden, ohne dass die andere Marktseite sich verschlechtern würde. [11]

## Preisdifferenzierung zweiten Grades

*Annahme*: Die (individuelle) Zahlungsbereitschaft der Konsumenten nimmt mit steigender Nachfrage ab. Dies ist bei vielen Versorgungsgütern (Strom, Wasser, Gas etc.) der Fall.

*Preisstrategie*: Das Unternehmen verlangt unterschiedliche Stückpreise bei unterschiedlichen Gesamt–Nachfragemengen (Mengenrabatt, Paketpreisbildung). Die Preise werden mithin in Abhängigkeit von den nachgefragten Gütereinheiten festgesetzt.

*Monopolrente*: Wenn der Monopolist die marginale Zahlungsbereitschaft eines Konsumenten für jede Gütereinheit kennt, kann er für jede gegebene Gütermenge einen Preis in Höhe der (aufsummierten) Zahlungsbereitschaften verlangen und wird auf diese Weise die gesamte Konsumentenrente abschöpfen. Diese vollkommene, aber unrealistische Preisstrategie illustriert wiederum die Abb. 7, wenn die Preis–Absatz–Funktion als individuelle Nachfragekurve interpretiert wird.

*Wohlfahrt*: Auch wenn, was realistischer ist, der Monopolist keine genaue Kenntnis der Zahlungsbereitschaften, sondern lediglich Schätzungen besitzt, und somit nicht die gesamte Konsumentenrente abschöpfen kann, wird im Vergleich zum Standardfall $(P^*, X^*)$ trotz unvollkommener Preisstrategie mehr produziert, mithin die gesamte Wohlfahrt größer sein. Statt einen einheitlichen Preis $P^*$ für jede einzelne Gütereinheit zu verlangen, kann der Anbieter **Paketpreisbildung** betreiben: Dabei werden unterschiedlichen Verbrauchergruppen, von deren Mitgliedern ähnliche Zahlungsbereitschaften angenommen werden, unterschiedliche Pakete aus Preis und Menge verkauft.

[11] In der Praxis sind wohl nur unvollkommene Preisdifferenzierungen anzutreffen. In diesen Fällen werden die Unternehmen die Zahlungsbereitschaften auf Grund bestimmter Merkmale (z. B. Einkommen) schätzen.

*Spezialfall sinkender Durchschnittskosten*:

Der Wohlfahrtseffekt einer derartigen unvollkommenen Preisdifferenzierung kann noch größer sein, wenn es sich um Güter handelt, deren Produktion bzw. Zurverfügungstellung steigende Skalenerträge, also sinkende Durchschnittskosten aufweisen. Versorgungsbetriebe (Stromanbieter, Gaswerke, Wasserwerke etc.) sind in diesem Zusammenhang typische Beispiele.

Ein Versorgungsbetrieb könnte beispielsweise drei Gruppen von Nachfragern mit jeweils annähernd gleichem individuellem Periodenverbrauch, was auf eine ähnliche Zahlungsbereitschaft schließen lässt, identifiziert haben. Die Individuen dieser Nachfragergruppen – sehen Sie sich dazu bitte die Abb. 8 an – zahlen

- als Kleinabnehmer den Preis $P_1$,
- als Durchschnittsabnehmer den Preis $P_2$ sowie
- als Großabnehmer den Preis $P_3$.

Verstehen Sie die Abb. 8 bitte wie folgt: Die Gruppe der Kleinabnehmer (KA) fragt insgesamt die Menge $X_1$ nach und zahlt dafür pro Gütereinheit $P_1$. Die Durchschnittsabnehmer (DA) fragen die Menge $X_2 - X_1$ zu einem Stückpreis von $P_2$ und die Großabnehmer (GA) die Menge $X_3 - X_2$ zum Durchschnittskostenpreis $P_3$ nach. Während der Verkauf an die Großabnehmer keinen Gewinn erwirtschaftet (Preis gleich Durchschnittskosten), liegen beim Verkauf an Durchschnitts– und Kleinabnehmer die Stückerlöse stets über den Stückkosten. Ohne Preisdifferenzierung wird lediglich die Menge $X^*$ produziert und nachgefragt, bei (unvollkommener) Preisdifferenzierung des zweiten Grades hingen die Menge $X_3$, so dass in jedem Fall ein **Wohlfahrtsgewinn** zu verzeichnen ist.

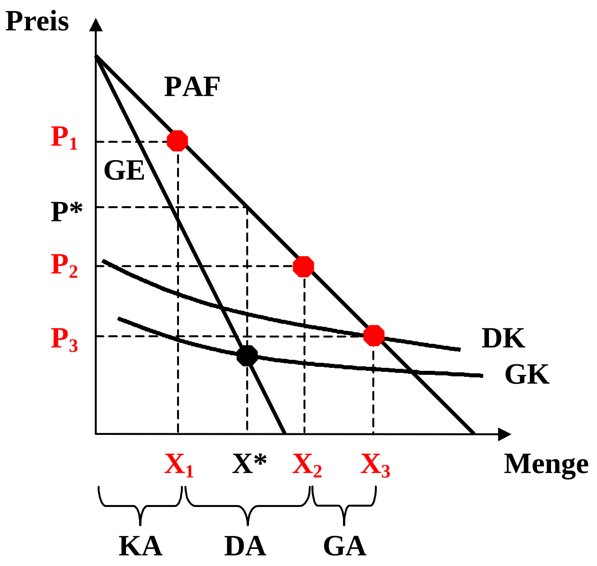



Abb. 8: Preisdifferenzierung zweiten Grades bei Größenvorteilen

## <u>Preisdifferenzierung dritten Grades</u>

*Annahme*: Für bestimmte Nachfragergruppen können aufgrund räumlicher oder sonstiger Kriterien **unterschiedliche Nachfragefunktionen** identifiziert werden. Diese Nachfragergruppen müssen zudem auf Preisvariationen unterschiedlich reagieren, mithin **unterschiedliche Preiselastizitäten** aufweisen.

*Preisstrategie*: Der Monopolist verlangt für dasselbe Gut von unterschiedlichen Nachfragergruppen unterschiedliche Preise. Er betreibt eine **Marktspaltung**.

*Monopolrente*: Ein Monopolist kann durch eine ggf. mit zusätzlichen Kosten verbundene Marktspaltung seinen Gewinn steigern, wenn er – ausgehend von der Standardsituation mit $(P^*, X^*)$ – ohne Änderung des gesamten Absatzmenge[12] von der einen Nachfragergruppe einen höheren Preis verlangen kann als von der anderen Nachfragergruppe.

*formale Herleitung des Monopolgleichgewichts*:

Unter der Annahme, dass lediglich zwei Nachfragergruppen mit unterschiedlichen Nachfragefunktionen existieren und die Kosten von der gesamten Outputmenge, $X = X_1 + X_2$, abhängen, kann das Monopolgleichgewicht wie folgt ermittelt werden:

Die **Gewinnfunktion** eines Monopolisten bei Preisdifferenzierung dritten Grades lautet

$$G = \underbrace{P_1 \cdot X_1}_{(Erlös\,Gruppe\,1)} + \underbrace{P_2 \cdot X_2}_{(Erlös\,Gruppe\,2)} - \underbrace{K(X_1 + X_2)}_{(Gesamtkosten)}$$

Nach Einsetzen der beiden inversen Nachfragefunktionen (Preis–Absatz–Funktionen),

$$P_1 = P_1(X_1) \quad \text{und} \quad P_2 = P_2(X_2),$$

ergibt sich

$$\text{max!} \;\; G = P_1(X_1) \cdot X_1 + P_2(X_2) \cdot X_2 - K(X_1 + X_2)$$

Die **Bedingungen** für ein Gewinnmaximum lauten

$$\frac{\partial G}{\partial X_1} = \underbrace{P_1 + \frac{dP_1}{dX_1} \cdot X_1}_{(Grenzerlös\,Gruppe\,1)} - \underbrace{\frac{\partial K}{\partial(X_1 + X_2)}}_{(Grenzkosten)} = P_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_{X_1, P_1}}\right) - \frac{\partial K}{\partial(X_1 + X_2)} \overset{!}{=} 0$$ [13]

$$\frac{\partial G}{\partial X_2} = \underbrace{P_2 + \frac{dP_2}{dX_2} \cdot X_2}_{(Grenzerlös\,Gruppe\,2)} - \underbrace{\frac{\partial K}{\partial(X_1 + X_2)}}_{(Grenzkosten)} = P_2 \cdot \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_{X_2, P_2}}\right) - \frac{\partial K}{\partial(X_1 + X_2)} \overset{!}{=} 0$$

Wegen der identischen Grenzkosten lautet die Bedingung für ein Gewinnmaximum

$$GE_1 = GE_2 \qquad \text{bzw.} \qquad P_1 + \frac{dP_1}{dX_1} \cdot X_1 = P_2 + \frac{dP_2}{dX_2} \cdot X_2,$$

**Grenzerlös Gruppe 1 = Grenzerlös Gruppe 2!**

---

[12] Dies gilt unabhängig vom Verlauf der Grenzkostenfunktion jedoch nur für lineare Nachfragefunktionen, und auch nur dann, wenn ohne Preisdifferenzierung ebenfalls beide Nachfragergruppen bedient werden. *Anders ausgedrückt*: Wenn bei einem einheitlichen Monopolpreis eine Gruppe gar nicht nachfragt, steigt bei einer Preisdifferenzierung die gesamte Absatzmenge.

[13] Die Ableitung der Kostenfunktion erfordert die Kettenregel: Äußere Ableitung, $\frac{dK(X_1 + X_2)}{d(X_1 + X_2)}$, mal innere Ableitung, $\frac{\partial(X_1 + X_2)}{\partial X_1} = 1$. Erinnern Sie sich bitte zudem aus dem Einführungsabschnitt, dass der Grenzerlös auch als Funktion der Preiselastizität angeben werden kann (alternative Maximierungsbedingung).

bzw. $P_1 \cdot \left(1+\frac{1}{\varepsilon_{X_1,P_1}}\right)=P_2 \cdot \left(1+\frac{1}{\varepsilon_{X_2,P_2}}\right)$ oder $\frac{P_1}{P_2}=\frac{1+1/\varepsilon_{X_2,P_2}}{1+1/\varepsilon_{X_1,P_1}}$

Das bedeutet:

- Der Gewinn des Monopolisten ist maximal, wenn die Grenzerlöse auf beiden Teilmärkten übereinstimmen und diese genauso hoch sind wie die Grenzkosten.
- Solange der Grenzerlös auf Teilmarkt 1 größer ist als auf Teilmarkt 2, lohnt es sich, der Nachfragergruppe 1 mehr und der Nachfragergruppe 2 weniger anzubieten, mithin $P_1$ zu senken und $P_2$ zu erhöhen.
- Bei identischen Preiselastizitäten beider Nachfragergruppen lohnt keine Preisdifferenzierung.
- Je kleiner betragsmäßig(!) die Preiselastizität einer Nachfragergruppe ist (also je preisunelastischer deren Nachfrage), desto größer wird die Preissteigerung für diesen Teilmarkt ausfallen.

In der Abb. 9 sehen Sie zwei unterschiedlich geneigte Nachfragekurven für zwei Konsumentengruppen mit unterschiedlicher Preiselastizität. Im Schnittpunkt der Grenzkostenkurve mit der aggregierten (!) Grenzerlöskurve ergibt sich die Gesamtmenge $X^*$. An den (Teil–) Grenzerlöskurven lassen sich die gewinnmaximalen Teilabsatzmengen $X_1$ und $X_2$, an den jeweiligen Nachfragekurven die zu erzielenden Preise „ablesen“. [14]

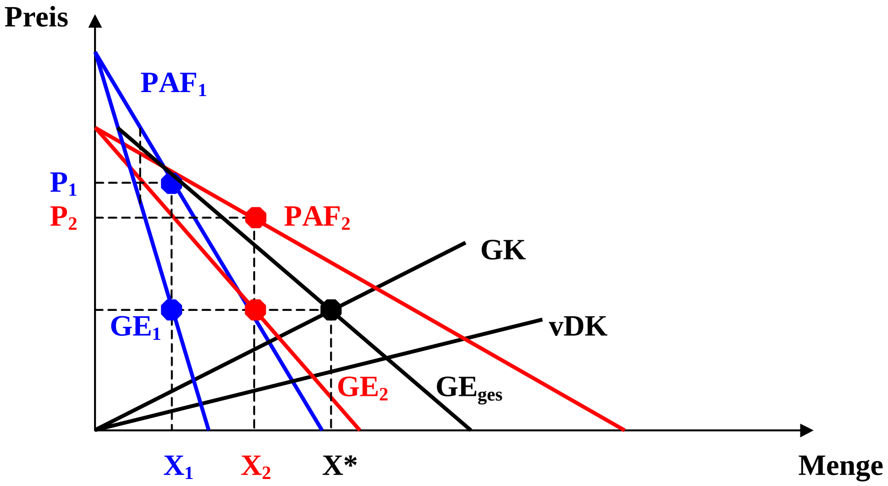



Abb. 9: Preisdifferenzierung dritten Grades

**[*Auszug Ende*!]**

[14] Bei konstanten Grenzkosten, mithin bei parallel zur Mengenachse verlaufender Grenzkostenkurve muss die aggregierte Grenzerlöskurve nicht ermittelt werden, weil für die Schnittpunkte der (Teil–) Grenzerlöskurven mit der Grenzkostenkurve $GE_1 = GE_2 = GK$ gilt.

## 6 Lösungen zu den Klausuraufgaben

**Aufgabe 1 der AVWL-Klausur (Prof. Endres) vom März 2009** (50 Punkte)

**a)** [12 Punkte] Das **Gewinnmaximierungsproblem** der Firma *Monomono* lautet:

$$\text{max! } G = 100 \cdot (L + C) - 3 \cdot (L + C)^2 - L^2 - 4 \cdot L - 10 \cdot C$$

Die Gewinnfunktion eines monopsonistischen Arbeitsnachfragers, der am Gütermarkt als Monopolist auftritt, lautet allgemein:

$G = P \cdot X - l \cdot L - r \cdot C$ mit den Nebenbedingungen $P = P(X)$ und $X = X(L, C)$ sowie $l = l(L)$

Der Güterpreis ist für ihn nicht gegeben, da er kein Mengenanpasser am Gütermarkt ist. Der Monopolist muss deshalb die Preis–Absatz–Funktion, $P = P(X)$, berücksichtigen. In die Preis–Absatz–Funktion kann (sollte) die Produktionsfunktion, $X = X(L, C)$, eingesetzt werden. Am Arbeitsmarkt ist das betrachtete Unternehmen ebenfalls kein Mengenanpasser, als Monopsonist muss es die Lohnsatzfunktion bzw. die inverse Arbeitsangebotsfunktion, $l = l(L)$, berücksichtigen. Nach Einsetzen aller Nebenbedingungen lautet die allgemeine Gewinnfunktion also

$$G = P[X(L,C)] \cdot X(L,C) - l(L) \cdot L - r \cdot C$$

bzw. unter Berücksichtigung der spezifischen Funktionen laut Aufgabenstellung:

$$G = [100 - 3 \cdot (L + C)] \cdot (L + C) - (L + 4) \cdot L - 10 \cdot C$$

Die **notwendigen Bedingungen** für ein Gewinnmaximum lauten:

(1) $\dfrac{\partial G}{\partial L} = 100 - 6 \cdot (L + C) - 2 \cdot L - 4 \overset{!}{=} 0$

(2) $\dfrac{\partial G}{\partial C} = 100 - 6 \cdot (L + C) - 10 \overset{!}{=} 0$

Nach Subtraktion der Gleichungen (1) und (2) ergibt sich

$-2 \cdot L - 4 + 10 = 0$ bzw. die gewinnmaximierende **Arbeitsnachfrage** $\boxed{L = 3}$

Einsetzen in (1) oder (2) bringt die gewinnmaximierende **Kapitalnachfrage** $\boxed{C = 12}$

Einsetzen von $L = 3$ in die Lohnfunktion, $L = l - 4$, bringt den gleichgewichtigen **Lohnsatz** $\boxed{l^* = 7}$

**b)** [3 Punkte] $\dfrac{\partial X}{\partial L} = \dfrac{\partial X}{\partial C} = 1$.

Ableiten der Produktionsfunktion nach *L* und *C*. Da die Grenzproduktivitäten jeweils konstant und die beiden Produktionsfaktoren in der Funktion zudem additiv verknüpft sind, sind diese perfekt substituierbar. Die Isoquante (Graph der Produktionsfunktion im Faktormengendiagramm) ist eine fallende Gerade.

**c)** [15 Punkte] Die Aussage *Da die Grenzprodukte der Faktoren Arbeit und Kapital übereinstimmen und konstant sind, stimmen im Gleichgewicht auch die Faktorpreise der beiden Produktionsfaktoren überein.* stimmt lediglich für mengenanpassende Nachfrager auf Faktormärkten. Denn in diesem Fall sind die **Produktionskosten** für jeden gegebenen Output **minimal**, wenn die Grenzrate der Faktorsubstitution, also das (umgekehrte) Verhältnis der Grenzprodukte, betragsmäßig identisch ist mit dem (umgekehrten) Faktorpreisverhältnis. *Anders ausgedrückt*: Der **Gewinn** ist **maximal**, wenn für jeden Faktor gilt:

1. Faktorgrenzerlös gleich Faktorgrenzkosten: $FGE = FGK$
2. Faktorgrenzerlös nicht kleiner als Faktordurchschnittskosten: $FGE \geq FDK$

Nullsetzen der Ableitungen der (allgemeinen) Gewinnfunktion bei vollständiger Konkurrenz auf den Faktormärkten, $G = P \cdot X(L,C) - l \cdot L - r \cdot C$, nach den beiden Faktoren ergibt:

$$\frac{\partial G}{\partial L} = P \cdot \frac{\partial X}{\partial L} - l \overset{!}{=} 0 \quad \text{bzw.} \quad P \cdot \frac{\partial X}{\partial L} = l \quad \text{bzw.} \quad FGE = FGK \; (= l) \qquad \text{(Faktor Arbeit)}$$

$$\frac{\partial G}{\partial C} = P \cdot \frac{\partial X}{\partial C} - r \overset{!}{=} 0 \quad \text{bzw.} \quad P \cdot \frac{\partial X}{\partial C} = r \quad \text{bzw.} \quad FGE = FGK \; (= r) \qquad \text{(Faktor Kapital)}$$

Damit sicher gestellt ist, dass der gewinnmaximierende Faktoreinsatz auch tatsächlich Gewinn und nicht lediglich Verlustminimum bedeutet, muss der durchschnittliche Erlös einer Faktoreinheit, also sein Preis (*l* bzw. *r*), mindestens die durchschnittlichen Kosten einer Faktoreinheit decken: $FGE \geq FDK$. Das sind die beiden Gewinnmaximierungsbedingungen für Nachfrager unter Wettbewerb.

Wenn Sie die obigen Ableitungen (nach Addition der Faktorpreise *l* bzw. *r*) dividieren, ergibt sich die Bedingung für ein Kostenminimum (Verhältnis der Grenzproduktivitäten gleich Faktorpreisverhältnis):

$$\frac{\partial X / \partial L}{\partial X / \partial L} = \frac{l}{r}$$

Im vorliegenden Fall (Monopolist am Gütermarkt, Monopsist am Arbeitsmarkt) gilt dies nicht. Nullsetzen der Ableitungen der (allgemeinen) Gewinnfunktion, $G = P[X(L,C)] \cdot X(L,C) - l(L) \cdot L - r \cdot C$, ergibt

$$(3) \quad \frac{\partial G}{\partial L} = \frac{dP}{dX} \cdot \frac{\partial X}{\partial L} \cdot X + P \cdot \frac{\partial X}{\partial L} - \frac{dl}{dL} \cdot L - l \overset{!}{=} 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{dP}{dX} \cdot \frac{\partial X}{\partial L} \cdot X + P \cdot \frac{\partial X}{\partial L} = \frac{dl}{dL} \cdot L + l$$

$$(4) \quad \frac{\partial G}{\partial C} = \frac{dP}{dX} \cdot \frac{\partial X}{\partial C} \cdot X + P \cdot \frac{\partial X}{\partial C} - r \overset{!}{=} 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{dP}{dX} \cdot \frac{\partial X}{\partial C} \cdot X + P \cdot \frac{\partial X}{\partial C} = r$$

bzw. nach Division der Gleichungen (3) und (4)

$$(5) \quad \frac{\partial X / \partial L}{\partial X / \partial L} = \frac{(dl/dL) \cdot L + l}{r}$$

Wegen $dl/dL > 0$ folgt: $\dfrac{\partial X / \partial L}{\partial X / \partial L} > \dfrac{l}{r}$.

Das Verhältnis der Grenzproduktivitäten ist größer als das Verhältnis der Faktorpreise. *Anders ausgedrückt*: Wenn das Grenzproduktivitätsverhältnis – wie im vorliegenden spezifizierten Fall – Eins beträgt, muss der Lohnsatz kleiner als die Kapitalstückkosten sein: $l < r$.

Dies ergibt auch die Aufgabe **a)**: $l^* = 7 < 10 = r$

Herleitung von (5): Klammern Sie in $\dfrac{\dfrac{dP}{dX}\cdot\dfrac{\partial X}{\partial L}\cdot X + P\cdot\dfrac{\partial X}{\partial L}}{\dfrac{dP}{dX}\cdot\dfrac{\partial X}{\partial C}\cdot X + P\cdot\dfrac{\partial X}{\partial C}} = \dfrac{\dfrac{dl}{dL}\cdot L + l}{r}$ jeweils $P\cdot\dfrac{\partial X}{\partial L}$ bzw. $P\cdot\dfrac{\partial X}{\partial C}$ aus: $\dfrac{P\cdot\dfrac{\partial X}{\partial L}\cdot\left(\dfrac{dP}{dX}\cdot\dfrac{X}{P}+1\right)}{P\cdot\dfrac{\partial X}{\partial C}\cdot\left(\dfrac{dP}{dX}\cdot\dfrac{X}{P}+1\right)} = \dfrac{\dfrac{dl}{dL}\cdot L + l}{r}$. Jetzt können Sie mit $P\cdot\left(\dfrac{dP}{dX}\cdot\dfrac{X}{P}+1\right)$ kürzen.

Die Aufgabe ist hier für eine allgemeine Gewinnfunktion gelöst worden. Zum selben Ergebnis kommen Sie selbstverständlich, wenn Sie die in der Aufgabe gegebenen spezifizierten Funktionen verwenden. M. E. lässt sich der beschriebene Sachverhalt jedoch besser in allgemeiner Betrachtung verstehen.

*Oder anders*: Wegen $\dfrac{\partial X}{\partial L} = \dfrac{\partial X}{\partial C} = 1$ stimmen die **Faktorgrenzerlöse** überein:

$$\frac{dP}{dX}\cdot\frac{\partial X}{\partial L}\cdot X + P\cdot\frac{\partial X}{\partial L} = \frac{dP}{dX}\cdot\frac{\partial X}{\partial C}\cdot X + P\cdot\frac{\partial X}{\partial C} \quad \text{bzw.} \quad \frac{dP}{dX}\cdot X + P = \frac{dP}{dX}\cdot X + P$$

Dann müssen auch die **Faktorgrenzkosten** übereinstimmen:

$$\frac{dl}{dL}\cdot L + l = r \quad \text{bzw.} \quad 1\cdot 3 + 7 = 10$$

Für die **Faktordurchschnittskosten** (Faktorpreise) jedoch gilt: $l^* = 7 < 10 = r$

$\dfrac{dl}{dL} = 1$ folgt aus $L = l - 4$. Ansonsten verwenden Sie Ihre Ergebnisse bzw. die Zahlenvorgaben.

**d)** [10 Punkte] Grenzerlös (*FGE*) sowie Grenzkosten der Arbeit (*FGK*) als Funktionen von $L$ für $C = C^*$ ergeben sich durch Ableitung von Erlösfunktion (*E*) und Kostenfunktion (*K*) nach *L*:

$$E = 100\cdot(L + C^*) - 3\cdot(L + C^*)^2 \quad \text{bzw.} \quad FGE = \frac{dE}{dL} = 100 - 6\cdot(L + C^*)$$

$$K = L^2 + 4\cdot L + 10\cdot C^* \quad \text{bzw.} \quad FGK = \frac{dK}{dL} = 2\cdot L + 4$$

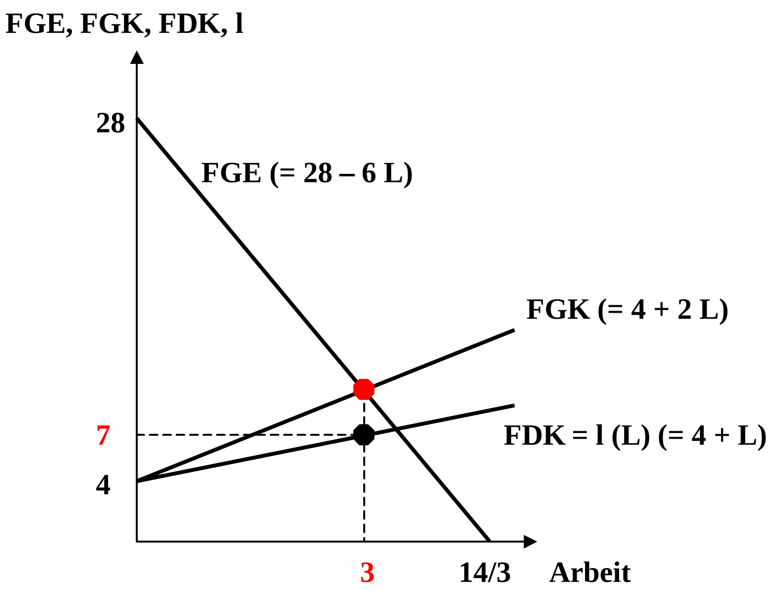
In der (nachfolgenden) Grafik ist $C^* = 12$ berücksichtigt. Die Funktionsgleichungen für die Graphen lauten dann:

$FGE = 28 - 6 \cdot L$

$FGK = 4 + 2 \cdot L$

$FDK = (l =)\ 4 + L$

Im Schnittpunkt von $FGE$ – Kurve und $FGK$ – Kurve ergibt sich $L = 3$. Den gleichgewichtigen Lohnsatz lesen Sie an der $FDK$ – Kurve mit $l^* = 7$ ab.




**e)** [10 Punkte] Das Unternehmen ist nun Mengenanpasser auf beiden Märkten, richtet sich in seiner Faktornachfrage mithin nach den gegebenen Faktorpreisen. Da beide Faktoren perfekt substituierbar sind, wird die Firma ausschließlich den preiswerteren Faktor, *hier* also Arbeit einsetzen. Die Einsatzmenge hängt dabei ausschließlich von der gewinnmaximalen Outputmenge ab. Diese lässt sich wie üblich bestimmen:

max! $G = (100 - 3 \cdot X) \cdot X - 7 \cdot X = 93 \cdot X - 3 \cdot X^2$ mit

(6) $\frac{dG}{dX} = 93 - 9 \cdot X \overset{!}{=} 0$ bzw. $X = \frac{93}{9}$

Es folgen für die Faktoreinsatzmengen $\boxed{L = \frac{93}{9}}$ sowie $\boxed{C = 0}$.

Die Faktoren sind perfekt substituierbar, weil die Menge $X = 100$ mit $L = 100$ und $C = 0$ **oder** mit $L = 0$ und $C = 100$ hergestellt werden kann. Wegen $X = L$ für $C = 0$ gilt für die Kosten $K = 7 \cdot L = 7 \cdot X$

Vorsicht mit dem Ansatz: max! $G = 100 \cdot (L + C) - 3 \cdot (L + C)^2 - 7 \cdot L - 10 \cdot C$ mit

$\frac{\partial G}{\partial L} = 100 - 6 \cdot (L + C) - 7 \overset{!}{=} 0$ sowie $\frac{\partial G}{\partial C} = 100 - 6 \cdot (L + C) - 10 \overset{!}{=} 0$

Die beiden notwendigen Bedingungen widersprechen sich offensichtlich! Dies gilt am Ergebnis $C = 0$! Machen Sie sich diesen Umstand am besten grafisch klar: Wenn die Kostengerade und die Isoquante jeweils konstante Steigungen aufweisen, gibt es den für ein Kostenminimum notwendigen Tangentialpunkt zwischen beiden Kurven nicht. Wenn in einem $C-L-$Diagramm die Kostengerade steiler als die Isoquante verläuft, liegt das kostenminimale Faktoreinsatzverhältnis auf der Ordinate (also gilt $L = 0$). Wenn – so wie in dieser Aufgabe! – die Kostengerade flacher als die Isoquante verläuft, liegt das kostenminimale Faktoreinsatzverhältnis auf der Abszisse (also gilt $C = 0$). Nur wenn beide Kurven dieselbe konstante Steigung aufweisen, ist das kostenminimale Faktoreinsatzverhältnis unbestimmt.

**[*Auszug Ende*!]**